

1904.

N. 6.

# ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT VON

P. A. C. ORRÉ, L. W. GILBERT, J. C. FOCKENBORFF, G. UND E. WIEDENMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 14. HEFT 1.

DIES DASSELBE HEFT, BANDES I. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND UNTERSTÜTZUNG VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

ROSENPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den 14  
16 Hefen (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 Mk.*

*(Ausgegeben am 20. Mai 1904.)*

# Inhalt.

	Seite
1. Max Wien. Über den Durchgang schneller Wechselströme durch Drahtrollen	1
2. K. E. F. Schmidt. Resonanz elektrischer Schwingungen. I. Elektrische Eigenresonanz	22
3. H. Gerdien. Über den Einfluß der Torsion auf das magnetische Moment zirkular magnetisierter Nickel- und Eisendrähte	51
4. A. Bestelmeyer. Über siedenden Sauerstoff	87
5. B. Walter. Magnetische Ablenkungsversuche mit Röntgenstrahlen	99
6. B. Walter. Über die Stefansche Theorie starker magnetischer Felder	106
7. F. Ritter. Über das Funkenpotential in Chlor, Brom und Helium	118
8. Max Hornemann. Der heiße Oxydkohler	129
9. Arnold Leick. Über künstliche Doppelbrechung und Elastizität von Gelatineplatten	139
10. M. T. Huber. Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper	153
11. F. Paschen. Über die durchdringenden Strahlen des Radiums	164
12. J. Bernatein. Berechnung des Durchmessers der Moleküle aus kapillar-elektrischen Versuchen	172
13. Franz Koláček. Einfache Herleitung der Formeln für die Deformation eines ferromagnetischen Drahtes im Magnetfelde	177
14. W. Einthoven. Über einige Anwendungen des Saitengalvanometers	182
15. Ewald Rasch. Die gesetzmäßige Abhängigkeit der photometrischen Gesamthelligkeit von der Temperatur leuchtender Körper	193
16. H. Schuh. Bemerkung über die Demonstration von oszillatorischen Flaschenentladungen	204
17. Julius Tafel. Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd II.	206
18. Emil Cohn. Antikritisches zu Hrn. W. Wiens „Differentialgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper“	208

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Glessen, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.









ANNALES DE LA BIBLIOTHEQUE

DE LA VILLE DE PARIS

DE LA BIBLIOTHEQUE

# ANNALEN DER PHYSIK.

27456

BEGÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 14.

DER GANZEN REIHE 319. BAND.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEHEN VON

PAUL DRUDE.

MIT DREI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

# PHYSIK

LEHRBUCH FÜR DIE PHYSIK

ALFRED KLEIN

HAFT 1

VERLAG VON  
W. C. BUNDE  
M. KLEIN

DES VERLAGS

M. KLEIN

LEHRBUCH

MIT EINE



LEIPZIG 1904

VERLAG VON



# Inhalt.

## Vierte Folge. Band 14.

### Sechstes Heft.

	Seite
1. Max Wien. Über den Durchgang schneller Wechselströme durch Drahtrollen. . . . .	1
2. K. E. F. Schmidt. Resonanz elektrischer Schwingungen. I. Elektrische Eigenresonanz. . . . .	22
3. H. Gerdien. Über den Einfluß der Torsion auf das magnetische Moment zirkular magnetisierter Nickel- und Eisendrähte	51
4. A. Bestelmeyer. Über siedenden Sauerstoff . . . . .	87
5. B. Walter. Magnetische Ablenkungsversuche mit Röntgenstrahlen . . . . .	99
6. B. Walter. Über die Stefansche Theorie starker magnetischer Felder . . . . .	106
7. F. Ritter. Über das Funkenpotential in Chlor, Brom und Helium	118
8. Max Hornemann. Der heiße Oxydkohärer. . . . .	129
9. Arnold Leick. Über künstliche Doppelbrechung und Elastizität von Gelatineplatten . . . . .	189
10. M. T. Huber. Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper . . . . .	153
11. F. Paschen. Über die durchdringenden Strahlen des Radiums	164
12. J. Bernstein. Berechnung des Durchmessers der Moleküle aus kapillar-elektrischen Versuchen . . . . .	172
13. Franz Koláček. Einfache Herleitung der Formeln für die Deformation eines ferromagnetischen Drahtes im Magnetfelde.	177
14. W. Einthoven. Über einige Anwendungen des Saitengalvanometers . . . . .	182
15. Ewald Rasch. Die gesetzmäßige Abhängigkeit der photometrischen Gesamthelligkeit von der Temperatur leuchtender Körper . . . . .	193
16. H. Schuh. Bemerkung über die Demonstration von oszillatorischen Flaschenentladungen . . . . .	204
17. Julius Tafel. Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd II. . . . .	206
18. Emil Cohn. Antikritisches zu Hrn. W. Wiens „Differentialgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper“ . . .	208

Ausgegeben am 10. Mai 1904.

## Siebentes Heft.

	Seite
1. H. du Bois. Magnetokinetische Untersuchungen . . . . .	209
2. Max Abraham. Zur Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes . . . . .	236
3. A. Batschinski. Beziehungen für die thermischen Eigenschaften der Stoffe . . . . .	288
4. Ludwig Kunz. Die spezifische Wärme des Kohlenstoffs bei hohen Temperaturen . . . . .	309
5. J. K. Clement. Über die Bildung des Ozons bei hoher Temperatur . . . . .	334
6. A. Einstein. Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme . . . . .	354
7. Heinrich Rensing. Über magneto-elastische Wechselbeziehungen in paramagnetischen Substanzen . . . . .	363
8. Karl Przibram. Über das Leuchten verdünnter Gase im Teslafeld . . . . .	378
9. F. A. Schulze. Die Elastizitätskonstanten und die Bruchfestigkeit des amorphen Quarzes . . . . .	384
10. F. Paschen. Über die Kathodenstrahlen des Radiums . . . . .	389
11. Otto Schönrock. Über den Einfluß der Beleuchtung auf die Angaben von Saccharimetern mit Keilkompensation . . . . .	406
12. C. Runge und J. Precht. Über das Funkenspektrum des Radiums. (Hierzu Taf. I.) . . . . .	418
13. Franz Wittmann. Bemerkungen zur Abhandlung des Hrn. J. Zenneck „Objektive Darstellung von Stromkurven mit der Braunschen Röhre“ . . . . .	423

Ausgegeben am 2. Juni 1904.

## Achstes Heft.

1. A. Wehnelt. Über den Austritt negativer Ionen aus glühenden Metallverbindungen und damit zusammenhängende Erscheinungen . . . . .	425
2. R. Wachsmuth. Labialpfeifen und Lamellentöne. (Hierzu Taf. II, Figg. 1—21.) . . . . .	469
3. J. Stark. Über die Entstehung der elektrischen Gasspektren . . . . .	506
4. F. Hack. Das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines linearen Oszillators . . . . .	539
5. Franz Joseph Koch. Über eine Einrichtung zur Erzeugung hochgespannten Gleichstromes im Anschluß an eine Wechsel- oder Gleichstromquelle . . . . .	547
6. W. Voege. Über den Zusammenhang von Schlagweite und Spannung . . . . .	556
7. G. van Dijk und J. Kunst. Eine Bestimmung des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers . . . . .	569

	Seite
8. Georg W. A. Kahlbaum. Über die Veränderlichkeit des spezifischen Gewichtes. 1. Die Änderung des spezifischen Gewichtes beim Drahtziehen . . . . .	578
9. P. G. Gundry. Über erzwungene Schwingungen eines polarisierbaren Quecksilbertropfens. (Hierzu Taf. III.) . . . . .	590
10. Hj. Tallqvist. Über einige aperiodische Stromvorgänge . . . . .	602
11. G. Bakker. Bemerkung über die Theorie der Oberflächenspannung von H. Hulshof . . . . .	609
12. J. A. Vollgraff. Zur Elastizitätstheorie (Kritik der Saint-Venantschen Methode) . . . . .	620
13. Max Wien. Bemerkung zu der Abhandlung von Hrn. Drude: „Über die induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- und Dämpfungsmessung, Teslatransformatoren und drahtlose Telegraphie“ . . . . .	626
14. Raphael Ed. Liesegang. Über die optischen Eigenschaften entwickelter Lippmannscher Emulsionen . . . . .	630
15. W. Wien. Über die Differentialgleichungen der Elektrodynamik des Herrn E. Cohn . . . . .	632
16. W. Wien. Erwiderung auf die Kritik des Hrn. M. Abraham . . . . .	635
17. R. Gans. Zur Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper“ . . . . .	638
Ergänzung zu der Arbeit von H. Schuh, zur Demonstration oscillatorischer Flaschenentladungen . . . . .	640

Ausgegeben am 12. Juli 1904.

#### Neuntes Heft.

1. Wolfgang Gaede. Polarisation des Voltaeffektes . . . . .	641
2. P. Drude. Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. I. Teil. . . . .	677
3. W. Jaeger. Die Polarisation galvanischer Elemente bei Gegenwart von festem Salz . . . . .	726
4. Hermann Markowski. Die innere Reibung von Sauerstoff, Wasserstoff, chemischem und atmosphärischem Stickstoff und ihre Änderung mit der Temperatur . . . . .	742
5. N. Papalexri. Ein Dynamometer für schnelle elektrische Schwingungen, Theorie und Versuche . . . . .	756
6. E. Waetzmann. Über die Intensitätsverhältnisse der Spektren von Gasgemischen . . . . .	772
7. K. Honda und S. Shimizu. Über die Existenz des Villarschen kritischen Punktes beim Nickel . . . . .	791
8. Rudolf Schmidt. Über die Diffusion von Argon und Helium . . . . .	801
9. J. Sturm. Die Kirchhoffsche Formel über Schallgeschwindigkeit in Röhren . . . . .	822

	Seite
10. M. Toepler. Objektive Sichtbarmachung von Funkenschallwellen nach der Schlierenmethode mit Hilfe von Gleitfunken . . . . .	838
11. Alexander v. Kalesinsky. Über die Akkumulation der Sonnenwärme in verschiedenen Flüssigkeiten . . . . .	843
12. F. A. Schulze. Bemerkung zu meiner Arbeit: Über drehende Schwingungen von dünnen Stäben mit rechteckigem Querschnitt und ihre Verwendung zur Messung der Elastizitätskonstanten . . . . .	848

*Ausgegeben am 2. August 1904.*

#### Zehntes Heft.

1. G. Quincke. IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen . . . . .	849
2. H. Zahn. Über die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte in verschiedenen Metallen . . . . .	886
3. P. Drude. Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. II. Teil . . . . .	936
4. M. Toepler. Zur Kenntnis der negativen Streifenentladung . . . . .	962
5. F. Hodson. Resonanzversuche über das Verhalten eines einfachen Kohärens . . . . .	973
6. K. R. Johnson. Zur Nernst-Planckschen Theorie über die Potentialdifferenz zwischen verdünnten Lösungen . . . . .	995
7. F. Biske. Die Erdbewegung und der Äther . . . . .	1004
8. H. Hecht. F. E. Neumanns Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Körper in Kugel- und Würfelform und ihre Durchführung an Marmor, Glas, Sandstein, Gips sowie an Serpentin, Basalt, Schwefel, Steinkohle . . . . .	1008
9. L. Hermann und M. Gildemeister. Weitere Versuche über elektrische Wellen in Systemen von hoher Kapazität und Selbstinduktion . . . . .	1081
10. Adolf Heydweiller. Zur Theorie der magneto-elastischen Wechselbeziehungen (Entgegnung an Hrn. R. Gans) . . . . .	1086
11. Max Abraham. Kritik der Erwiderung des Hrn. W. Wien . . . . .	1089

*Ausgegeben am 23. August 1904.*

### Nachweis zu den Figurentafeln.

- Tafel I. Runge und Precht.  
 „ II. Wachsmuth, Figg. 1—21.  
 „ III. Gundry.

# Franz Neumann

Erinnerungsblätter  
von seiner Tochter  
Luise Neumann



## ==== Inhalt: =====

Aus der Jugendzeit. 1. Abschnitt: Kindheit (1798—1807). 2. Abschnitt: In der Schule (1808—1813). 3. Abschnitt: Die Erhebung von 1813. 4. Abschnitt: Der Feldzug von 1815. 5. Abschnitt: Wieder in der Schule (1816—1817). 6. Abschnitt: Auf der Universität Berlin — Jena (1817—1819). 7. Abschnitt: Auf der Universität Berlin (1819—1821). 8. Abschnitt: Franz Neumanns Mutter. 9. Abschnitt: Auf dem Gute der Mutter (1821). 10. Abschnitt: Neumann und seine Mutter. 11. Abschnitt: Vom Landwirt zum Dozenten (1823—1826). Auf der Höhe des Lebens. 12. Abschnitt: Vom Privatdozenten zum Extraordinarius (1826—1828). 13. Abschnitt: Verlobung (1829). 14. Abschnitt: Tod der Mutter (1830). 15. Abschnitt: Die Jahre der ersten Ehe (1830—1838). 16. Abschnitt: In voller Tätigkeit (1830—1876). Lebensabend. 17. Abschnitt: Aus den letzten 20 Jahren (1876—1895). Anhang.



Mit Titelbild, Facsimiles und mit Abbildungen im Text.

Ver. 8. 29<sup>3</sup>/<sub>4</sub> Bogen. Beheftet M. 6.—. Vornehm gebunden M. 8.—.

## Aus dem Vorwort der Herausgeberin:

„Im Jahre 1895 am 23. Mai um fünf Uhr morgens verschied mein Vater. Zeit meines Lebens bin ich nur für kurze Stunden von ihm getrennt gewesen. Innerlich mit ihm weiter zu leben, wurde mir unabweisliches Bedürfnis; allein das Bild, das ich von ihm in mir trug und treu zu bewahren bestrebt war, genügte mir bald nicht mehr. Wohl stand meines Vaters Erscheinung lebhaft vor meinen Augen; auch hatte ich manches in sicherer Erinnerung, was er im Alter erzählt hat, aber vieles fehlte zu einem deutlichen Bilde, und so ergriff mich der heiße Wunsch, demselben bestimmtere Züge zu geben. Diese erhielt es erst, als ich die Stätten aufsuchte, an welchen er gelebt, als ich sah, wo seine Vorfahren gewirkt hatten, als ich Briefe fand, die mein Vater in seiner Jugend empfangen und pietätvoll aufbewahrt hatte, als Konzepte mir in die Hand fielen, welche er zu seinen Briefen und Ansprachen entwarf, als ich Tagebuchblätter entdeckte, die er in seiner Jugend geschrieben hat.

Je mehr ich fand, desto mehr suchte ich, um so lebensvoller wünschte ich die Züge meines Vaters zu gestalten. Ich forschte in Chroniken, las Biographien und Schriften seiner Zeitgenossen, vergegenwärtigte mir die politischen Ereignisse, deren Zeuge er während seines langen Lebens war, und die nationale Entwicklung, die er miterlebt hat. Ein Zug reihte sich an den anderen; Jahre vergingen; endlich mußte ich mir sagen: ein meinen Ansprüchen genügendes Bild zu zeichnen, ist meine Hand nicht fähig; ein solches zu schaffen, hätte es einer geübteren Feder bedurft und einer geistigen Ausbildung, welche zugleich imstande gewesen wäre, die wissenschaftliche Entwicklung meines Vaters darzustellen.

Diese Blätter, auf welchen die einzelnen, zum Teil überaus zarten Züge gezeichnet sind — Züge, wie sie nur aus dem Innersten heraus sich gestalten können —, einer fremden, wenn auch noch so geübten Hand anzuvertrauen, auf daß ein tadelloses Kunstwerk entstände, widerstrebte meinem Gefühl. Lieber ließ ich die Blätter, wie ich sie mir zum Trost, zum Verständnis, zur Erinnerung gesammelt hatte. Sind sie auch lose nur aneinander gereiht, vielleicht da und dort ungeschickt, wo es schwer war, meines Vaters Aussprüche der Erzählung einzufügen — ich hatte nur den Wunsch, diese möglichst unverändert zu erhalten. Des weiteren lag mir daran, Zitate anzuführen, an welchen mein Vater sich besonders erfreut hatte. Sie sind für mich zum Teil untrennbar verknüpft mit jenen schönen Abenden, an welchen es mir noch vergönnt war, meinen Vater durch Vorlesen zu erfreuen. In solchen Stunden — namentlich wenn ich Geschichtswerke oder Biographien bedeutender Männer vornahm und er mich ab und zu durch eigene Erzählung unterbrach — leuchtete sein inneres Feuer, sein jugendfrisches, begeisterungsfähiges Gemüt mir am hellsten entgegen. Seine Verehrung für die Helden des Geistes, des Krieges, seine Liebe zum Vaterlande und zu seinem Herrscherhause sprachen sich dann am deutlichsten aus und hoben über das Alltägliche hinweg . . .

Wenn ich mich jezt dazu entschliefte, diese mir wertvollen Blätter weiteren Kreisen zugänglich zu machen, so geschieht es, weil der sehnstichtige Wunsch mich erfaßt hat, mein Vater möchte von vielen gekannt, erkannt



werden. — Ich muß aber die aufrichtige Bitte aussprechen, alle schriftstellerischen Mängel gütig übersehen und nur mit dem Herzen aufnehmen zu wollen, was von Herzen gekommen ist.“

Nur ganz wenige Worte habe ich dem vorstehenden Auszug aus der Vorrede hinzuzufügen.

Selten hat mich das Lebensbild eines Mannes so ergriffen, wie das Franz Neumanns. Mehr als ein Jahr ist vergangen, seitdem ich das Manuskript erhalten habe: seither habe ich an dessen Fertigstellung für den Druck mitgearbeitet, soweit es meine Zeit mir erlaubte. Ich konnte von dem Bilde nicht mehr loskommen, ich mußte helfen, es so zu gestalten, daß es weiteren Kreisen zugänglich gemacht werden konnte.

Franz Neumann hat nach einer harten Kindheit von der Schule weg an den Freiheitskämpfen von 1815 teilgenommen und wie er sich da in der Schlacht bei Ligny als Held bewährt hat, so hat er durch sein Studium sich unter den größten Schwierigkeiten und Entbehrungen durchkämpfen müssen, bis er sein Ziel erreichte. Das von seiner Tochter liebevoll gezeichnete Lebensbild ist nicht das des großen Gelehrten und Begründers der mathematischen Physik, sondern des Mannes, des deutschen Mannes.

Dr. P. Siebeck.

Ich habe mich bemüht, durch gediegene Ausstattung und sehr billigen Preis der Verbreitung des Buches die Wege zu ebnen bei alt und jung, in den Kreisen des Bürgertums, wie der Armee. Die Freunde der biographischen Literatur im allgemeinen, diejenigen im besonderen, die, wie der Held der Darstellung, „die Verehrung für Helden des Geistes, des Krieges und die Liebe zum Vaterland“ hochhalten, werden an dem Buch ihre Freude haben.

Lehrern der Jugend, Pfarrern, auch Militärpfarrern, sei es empfohlen. Vielleicht wird es auch zu Prämien an höheren Klassen der Mittelschulen für geeignet befunden.

Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen entgegen.

J. C. B. Mohr (Paul Siebeck).

## Bestellzettel.

D..... Unterzeichnete bestellt bei der Buchhandlung von

..... **Franz Neumann.** Erinnerungsblätter von  
seiner Tochter **Luiſe Neumann.**

..... do. Gebunden.

**Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck) in Tübingen und Leipzig.**

Ort, Wohnung und Datum:

Name:

# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 14.

### 1. *Über den Durchgang schneller Wechselströme durch Drahtrollen; von Max Wien.*

Bei Gelegenheit der Messung von Induktionskoeffizienten hat Hr. Dolezalek<sup>1)</sup> beobachtet, daß bei Wechselströmen von über 300 Schwingungen in der Sekunde eine erhebliche Vermehrung des Widerstandes und gleichzeitig eine kleine Verminderung der Selbstinduktion eintritt gegenüber den Werten bei konstantem Strom oder langsamem Wechselstrom.

Die Vermehrung des Widerstandes ist sehr viel größer und befolgt andere Gesetze als der Skineffekt in geraden Drähten, wie ihn Rayleigh<sup>2)</sup> und Stefan<sup>3)</sup> berechnet haben. Als Grund der Erscheinung gibt Hr. Dolezalek Wirbelströme an und als deren Folge ein Zusammendrängen der Stromlinien im Draht nach der inneren Seite des Drahtquerschnittes — also nach der Spulenchse zu —, ohne näher darauf einzugehen, in welcher Art dieses Zusammendrängen erfolgt. Da die Erscheinung für alle schnellen Wechselströme, speziell auch für elektrische Schwingungen, drahtlose Telegraphie u. a. von Bedeutung ist, so soll im folgenden der Versuch gemacht werden, den Vorgang rechnerisch zu verfolgen.

#### Rollen mit vielen Windungslagen.

Nehmen wir zunächst an, es läge ein gerader Draht von dem Radius  $\rho$  und der Länge  $l_0$  in einem homogenen Wechsel-feld von  $n$  Schwingungen in  $2\pi$  Sek., und denken wir uns den Draht durch axiale Schnitte parallel den magnetischen Kraftlinien in Streifen geteilt, die an den Enden des Drahtes verbunden sind, so teilen wir damit den Draht in eine Reihe von

1) F. Dolezalek, Ann. d. Phys. 12. p. 1142. 1903.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21. p. 381. 1886.

3) J. Stefan, Wied. Ann. 41. p. 400. 1890.

Stromkreisen ein, in denen durch das Wechselfeld Ströme induziert werden. Die elektromotorische Kraft in jedem dieser Stromkreise ist gleich der Änderung der Anzahl der Kraftlinien  $\mathfrak{H}$  mit der Zeit, also gleich

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \cdot f,$$

worin  $\mathfrak{H}$  die Feldstärke,  $f$  die von dem Stromkreise umschlossene Fläche, also gleich  $2x l_0$  ist (vgl. Fig. 1).

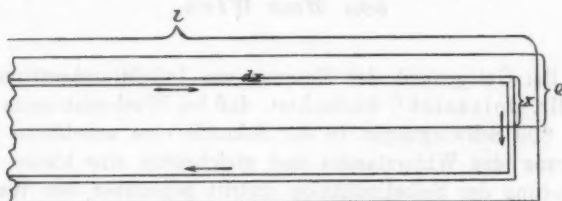


Fig. 1.

Es sei  $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 \sin nt$ , also die elektromotorische Kraft

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \cdot f = 2 n x l_0 \mathfrak{H}_0 \cos nt.$$

Der Widerstand eines solchen Elementarstromkreises ist gleich  $l_0 \sigma / \sqrt{\varrho^2 - x^2} dx$  (vgl. Fig. 2), wenn  $\sigma$  der spezifische Widerstand des Metalles ist, und der Widerstand der Teile der Strombahn an den Enden des Drahtes, wo der Strom  $\perp$  zur Achse fließt, wegen ihrer geringen Länge vernachlässigt wird.



Fig. 2.

Die Stromamplitude in einem Elementarstromkreis ist gleich

$$\frac{2 n \mathfrak{H}_0}{\sigma} \sqrt{\varrho^2 - x^2} \cdot x \cdot dx.$$

Die mittlere Stromamplitude in einer Drahthälfte gleich

$$\frac{2 n \mathfrak{H}_0}{\sigma} \int_0^{\varrho} \sqrt{\varrho^2 - x^2} \cdot x \cdot dx = \frac{2}{3} \frac{n \mathfrak{H}_0}{\sigma} \varrho^3.$$

Die Joulesche Wärme im ganzen Draht während einer Sekunde beträgt

$$\frac{4 n^2 l_0 \mathfrak{H}_0^2}{\sigma} \int_0^1 dt \cos^2 nt \int_0^{\varrho} x^2 \sqrt{\varrho^2 - x^2} dx = \frac{\mathfrak{H}_0^2 n^2 l_0 \varrho^4 \pi}{8 \sigma}.$$

Wir gehen jetzt von dem geraden Draht zu Rollen über. Die Rolle wird von den Kraftlinien geschnitten, die von dem in ihr selbst fließenden Strom herrühren. Die Anzahl der Kraftlinien, die durch den Querschnitt des Drahtes geht, ist hier durchaus nicht überall innerhalb des Wicklungsraumes dieselbe, und dies muß bei der Berechnung der Wirbelstromwärme berücksichtigt werden. Bei langen — solenoidalen — Rollen, wie sie Hr. Dolezalek benutzte, ist an der Außenseite das Feld annähernd gleich Null, auf der Innenseite der Wicklung erreicht es ein Maximum. Bei unserer nur angenäherten Berechnung nehmen wir nun zunächst der Einfachheit halber an, daß das Feld am äußeren Ende des Drahtes gleich Null ist, und nun proportional  $l$  wächst, bis es am inneren Ende gleich  $\mathfrak{H}_0$  wird; also  $\mathfrak{H}_l = \mathfrak{H}_0 \cdot l/l_0$ .

Dann ist die elektromotorische Kraft in einem von  $l$  und  $l + dl$  begrenzten Stück des Drahtes gleich  $\partial \mathfrak{H} / \partial t \cdot dl \cdot 2x$  der Widerstand<sup>1)</sup> gleich  $\sigma dl / \sqrt{\varrho^2 - x^2} dx$ , die *mittlere Stromamplitude* des Wirbelstromes in der einen Drahthälfte gleich

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{n \mathfrak{H}_0 \frac{l}{l_0} \cdot 2x dl}{\sigma dl \sqrt{\varrho^2 - x^2} dx} = \frac{2 \varrho^2}{3} \frac{n \mathfrak{H}_0 l}{\sigma l_0},$$

sie wächst also proportional  $l$  und erreicht ihr Maximum auf der Innenseite des Wicklungsraumes  $2 \varrho^2 n \mathfrak{H}_0 / 3 \sigma$ .

Die *Joulesche Wärme* infolge der Wirbelströme ist in dem Elementarstück von der Länge  $dl$

$$\frac{\left( \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \cdot dl \cdot 2x \right)^2}{\sigma dl \sqrt{\varrho^2 - x^2} dx}$$

und im ganzen Draht:

$$\frac{2 n^2 \mathfrak{H}_0^2}{l_0^2 \sigma} \int_0^{l_0} dl \int_0^{\frac{l}{2}} dx \left\{ l^2 \cdot x^2 \cdot \sqrt{\varrho^2 - x^2} \right\} = \frac{\mathfrak{H}_0^2 \cdot n^2 \cdot \varrho^4 \pi \cdot l_0}{8 \sigma \cdot 3}.$$

1) Die Stromteile  $\perp$  zur Drahtachse heben sich mit den Nachbarstromelementen annähernd auf, und kommen daher für unsere Berechnung wieder nicht in Betracht.

Die Annahme, daß  $\Phi$  längs des Drahtes proportional  $l$  zunimmt, ist nicht genau richtig. Das Feld steigt innerhalb des Wickelungsraumes von außen nach innen proportional der Anzahl der Windungslagen, jedoch ist die Drahtlänge einer äußeren Windungslage größer wegen des größeren Radius, demnach steigt  $\Phi_1$  mit einer höheren Potenz von  $l$  als der ersten. Nehmen wir — was jedenfalls zu groß ist — die zweite Potenz an, so erhalten wir  $\Phi_1 = \Phi_0 \cdot l^2/l_0^2$  und die Joulesche Wärme gleich

$$\frac{\Phi_0^2}{8} \cdot \frac{n^2 \varphi^4 \pi}{\sigma} \cdot \frac{l_0}{5}.$$

$l_0/3$  ist zu groß,  $l_0/5$  zu klein, wir nehmen daher für unsere angenäherte Berechnung  $l_0/4$  als richtig an, und mithin die Joulesche Wärme gleich

$$\frac{\Phi_0^2 n^2 \varphi^4 \pi l_0}{32 \cdot \sigma}.$$

$\Phi_0$  ist offenbar proportional dem Strom in der Rolle; wenn seine Amplitude gleich  $\alpha$  ist, so möge  $\Phi_0 = G \cdot \alpha$  sein. Demnach der Energieverlust durch die Joulesche Wärme der Wirbelströme gleich

$$\frac{\alpha^2}{2} \left\{ \frac{G^2 \cdot n^2 \varphi^4 \pi \cdot l_0}{16 \cdot \sigma} \right\}.$$

Dieser Energieverlust tritt zu dem Energieverlust durch Joulesche Wärme im Draht infolge des ursprünglichen Stromes hinzu. Derselbe ist, wenn  $W$  der Widerstand der Rolle für konstanten Strom ist, gleich  $W \cdot \alpha^2/2$  in der Sek. Demnach erhalten wir als effektiven Widerstand der Rolle für einen Wechselstrom von  $n$  Schwingungen in  $2\pi$  Sekunden:

$$(1) \quad W' = W + \frac{n^2 G^2 \varphi^4 \pi \cdot l_0}{16 \cdot \sigma}.$$

Qualitativ werden offenbar die Versuchsergebnisse von Dolezalek durch diese Formel wiedergegeben. Es fragt sich,

ob auch zahlenmäßig unsere Rechnung, die einige Vernachlässigungen enthält, mit dem Experiment stimmt.

Hr. Dolezalek verwandte Spulen, deren Länge  $c$  größer war als der Radius ( $r_1$  bez.  $r_2$ , vgl. Fig. 3).

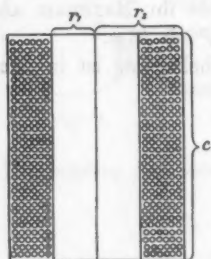


Fig. 3.



Für das Feld derartiger Rollen an Punkten, die der Achse nahe liegen, gibt Heydweiller<sup>1)</sup> die Formel:

$$G = \frac{4 \pi m}{c} \left[ 1 - \frac{1}{c^2} \left\{ \frac{(r_1 + r_2)^2}{2} + \frac{(r_2 - r_1)^2}{6} \right\} + \frac{1}{c^4} \left\{ \frac{6(r_1 + r_2)^4}{2} - \frac{3(r_1 + r_2)^2}{2} (4r_1^2 + (r_2 - r_1)^2) - r_1^2 (r_2 - r_1)^2 \right\} \right],$$

worin  $m$  die Gesamtanzahl der Windungen ist.

Für unsere nur angenäherte Rechnung behalten wir nur das weitaus größte Korrektionsglied  $(r_1 + r_2)^2 / 2 c^2$  bei und erhalten:

$$G = \frac{4 \pi m}{c} \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{2 c^2} \right\}.$$

$$W' - W = \frac{n^2 G^2 \varrho^4 \cdot \pi \cdot l_0}{12 \sigma} = n^2 \frac{4 \cdot \pi^2 m^2}{8 \sigma c^2} \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} l_0 \varrho^4 \pi.$$

Führen wir hier  $2 \pi N = n$  und  $\pi(r_1 + r_2)m = l_0$  ein, so wird:

$$(2) \quad W' - W = \frac{16 \pi^6}{8 \sigma} \cdot \frac{m^2 \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} (r_1 + r_2) \varrho^4}{c^2} \cdot N^2.$$

Setzen wir den wahren Widerstand der Rolle

$$W = \frac{(r_1 + r_2) m \sigma}{\varrho^2},$$

so wird der effektive Widerstand

$$W' = \frac{(r_1 + r_2) m \sigma}{\varrho^2} + \frac{16 \pi^6}{8 \sigma c^2} m^2 \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} (r_1 + r_2) \varrho^4 N^2.$$

Hieraus folgt, daß der effektive Widerstand einer Rolle gegen Wechselstrom nicht etwa mit abnehmendem spezifischen Widerstand  $\sigma$  immer kleiner wird, sondern für einen bestimmten Wert von  $\sigma$  ein Minimum besitzt und dann wieder steigt. Dieser Wert ist:

$$\sigma = \frac{16 m^2 \varrho^6 \cdot \pi^6}{8 c^2} \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} N^2.$$

Für eine Rolle  $m = 1000$ ,  $\varrho = 0,1$  cm,  $c = 20$  cm,  $r_1 + r_2 = 5$  cm,  $N = 2000$  erhalten wir  $\sigma = 6900$ , während für Kupfer ( $\sigma = 1700$ ) der effektive Widerstand mehr als doppelt so groß wäre. Ähnliches gilt natürlich auch für die Drahtdicke.

1) A. Heydweiller, Hilfsbuch für die Ausführung elektrischer Messungen. Leipzig 1892.

Führen wir  $\sigma = 1700$ , als spezifischen Widerstand des Kupfers bei  $18^\circ \text{C.}$ , in die Formel (2) ein, so wird:

$$W' - W = \left[ 2,26 \cdot \frac{m^3 (r_1 + r_2) \varrho^4}{c^3} \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} \right] N^2.$$

Mit dieser Formel sind im folgenden die Dolezalekschen Messresultate verglichen. Auf meine Bitte war Hr. Dolezalek so freundlich, mir die Zahlen für die Dimensionen der einzelnen von ihm gemessenen Rollen zur Verfügung zu stellen.

#### Abhängigkeit von der Schwingungszahl.

Messungen an 2 Rollen (I und II) mit den Drahtdicken  $2\varrho = 1,1 \text{ mm}$  und  $2\varrho = 0,85 \text{ mm}$ .

I.  $m = 1550$ ,  $c = 18,8 \text{ cm}$ ,  $r_1 + r_2 = 5,30$ ,  $\varrho = 0,055$ ,  $W = 4,83 \Omega$ .

$N$	$W'$ beobachtet ( $D$ )	$W'$ berechnet
0	4,83 Ohm	4,83 Ohm
591	5,43	5,47
917	6,32	6,30
1452	8,54	8,68
2286	14,13	14,88

II.  $m = 1550$ ,  $c = 10,6 \text{ cm}$ ,  $r_1 + r_2 = 4,75$ ,  $\varrho = 0,0425$ ,  $W = 6,96 \Omega$ .

$N$	$W'$ beobachtet ( $D$ )	$W'$ berechnet
0	6,96 Ohm	6,96 Ohm
643	7,34	7,34
1000	7,86	7,88
1433	8,83	8,86
1893	10,21	10,28
2272	11,68	11,74

#### Einfluß der Drahtdicke.

Folgendes sind die für fünf Rollen mit verschiedenem Drahtdurchmesser aus Beobachtung und Rechnung sich ergebenden Werte von  $K$ .  $K$  ist durch die Formel definiert

$$W' = W + K \cdot N^2.$$

Nr.	$\varrho$	$c$	$r_1 + r_2$	$m$	$K$ beobachtet ( $D$ )	$K$ berechnet
1	0,0275	10,5	3,9	1550	$1,7 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}$	$1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}$
2	0,0325	11,55	4,32	1500	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$2,7 \cdot 10^{-7}$
3	0,0425	10,6	4,75	1550	$9,1 \cdot 10^{-7}$	$9,3 \cdot 10^{-7}$
4	0,055	18,8	5,3	1550	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$
5	0,100	25,0	7,52	1400	$6,9 \cdot 10^{-6}$	$6,8 \cdot 10^{-6}$

Die Rollen Nr. 1, 3, 4, 5 sind in der Dolezalekschen Abhandlung angeführt.<sup>1)</sup> Nr. 1 ergab zunächst den sehr von der Berechnung abweichenden Wert  $K = 3,2 \cdot 10^{-7}$ . Auf meine Anfrage war Hr. Dolezalek so liebenswürdig, die Rolle nochmals zu untersuchen. Es stellte sich ein Isolationsfehler heraus, der nach Auskochen in Paraffin verschwand. Zur Sicherheit wurde nun noch Rolle 2 aus einem Draht von wenig verschiedener Dicke gewickelt, welche das obige, mit der Berechnung übereinstimmende Resultat ergab.

Demnach stellt die oben abgeleitete Formel (2) die Vermehrung des effektiven Widerstandes langer Rollen mit vielen Windungslagen bis zu recht hohen Schwingungszahlen mit genügender Genauigkeit dar.

Bei flachen Rollen, deren Durchmesser groß ist gegen die axiale Länge, kommt zur Berechnung des magnetischen Feldes eine etwas andere Formel in Betracht (vgl. Heydweiller l. c.):

$$G = \frac{4 \pi m}{r_1 + r_2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{(r_2 - r_1)^2}{r_2 + r_1} - \frac{1}{2} \frac{c^2}{(r_2 + r_1)^2} + \frac{3 r_1^2}{(r_2 + r_1)^2} \right\}.$$

Das letzte Korrektionsglied ist das größte. Wir können daher die Formel in erster Annäherung schreiben:

$$G = \frac{4 \pi m}{r_1 + r_2} \left( 1 + \frac{3 r_1^2}{(r_1 + r_2)^2} \right).$$

Danach erhalten wir die Vermehrung des effektiven Widerstandes flacher Rollen aus Formel (1) (p. 4)

$$W' - W = \frac{4 \pi^2 m^2 Q^2}{(r_1 + r_2) \sigma} \left( 1 + \frac{3 r_1^2}{(r_1 + r_2)^2} \right)^2 N^2.$$

Solche flache Rollen habe ich zur Herstellung der Normal-einheiten der Selbstinduktion<sup>2)</sup> benutzt, und auch die Firmen, welche diese Normale jetzt fabrikmäßig herstellen, Siemens & Halske, Dr. R. Franke-Hannover, Hartmann & Braun haben diese Form beibehalten. Die eben abgeleitete Formel kann daher dazu benutzt werden, um zu untersuchen, für welche

1) Auch bei Nr. 3, 4 und 5 sind etwas andere Werte von  $K$  angeführt, als Hr. Dolezalek sie in seiner Abhandlung angibt. Dies liegt daran, daß Hr. Dolezalek die Zahlen der verschiedenen Rollen auf gleiches Selbstpotential zu reduzieren versuchte, während ich die direkt von Hrn. Dolezalek gemessenen Zahlen angebe.

2) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 553. 1896.

Schwingungszahlen Einheitsrollen aus massivem Draht ohne Bedenken verwandt werden können, und wo Rollen aus Litzen vorzuziehen sind.

Hr. Dolezalek weist in seiner Abhandlung nach, daß bei höheren Schwingungszahlen die *Vergrößerung des effektiven Widerstandes einen Fehler bei der absoluten Messung des Selbstpotentiales nach der von mir angegebenen Methode verursacht*. Es soll nun untersucht werden, ob dieser Fehler bei meiner ursprünglichen Messung von Einfluß war.

Es wurde damals das Selbstpotential von zwei Rollen (I und II) bestimmt. Die Dimensionen derselben waren:

$$\text{I. } L = 10^8 \text{ cm, } q = 0,023, \quad r_1 = 2, \quad r_2 = 4,5, \quad m = 1280.$$

$$\text{II. } L = 10^7 \text{ cm. } q = 0,04, \quad r_1 = 2, \quad r_2 = 4,0, \quad m = 360.$$

Die höchste angewandte Schwingungszahl war  $256 = N$ . Aus der Formel (3) berechnet sich für die Rolle  $10^8$  eine Zunahme des Widerstandes um 0,022 Ohm, bei der Rolle  $10^7$  um 0,005 Ohm, Werte, welche etwa  $\frac{1}{10}$  des Einstellungsfehlers bei den damaligen Messungen darstellen, also durchaus zu vernachlässigen sind.

Bei Vergleich von Selbstinduktionskoeffizienten mit dem Hörtelephon im Brückenweig und einem Induktorium als Stromquelle macht sich die Erhöhung des effektiven Widerstandes bei den höheren Oberströmen bemerklich. Ich habe auf diese Verschlechterung des Minimums durch Dispersion der Obertöne beim Vergleich *ungleicher* Rollen mehrfach hingewiesen<sup>1)</sup>, sie jedoch für eine Wirkung der Kapazität oder auch mangelhafter Isolation gehalten.

Die von Hrn. Dolezalek beobachtete geringe *Verkleinerung des Selbstpotentiales* läßt sich in folgender Weise erklären:

1) M. Wien, Wied. Ann. 57. p. 255. 1896; 58. p. 563. 1896. Bei meinen Arbeiten mit Wechselströmen höherer Frequenz (Ann. d. Phys. 4. p. 425. 1901) habe ich die Selbstinduktion der Rollen stets durch Einschalten von Kondensatoren aus Glimmer oder Paraffinpapier kompensiert, um Resonanz herzustellen. Die dabei eintretende starke Vermehrung des effektiven Widerstandes habe ich im wesentlichen dem Energieverlust im Dielektrikum der Kondensatoren zugeschrieben. Ein Teil davon rührt nach den Dolezalekschen Resultaten auch von den Wirbelströmen in den Rollen her, jedoch dürfte in den meisten Fällen der Energieverlust im Dielektrikum besonders bei Paraffinpapierkondensatoren erheblich größer sein.

Solange keine merkliche Phasendifferenz zwischen der elektromotorischen Kraft und der Intensität der Wirbelströme besteht, bewirken sie nur eine Vermehrung des wirksamen Widerstandes. Wenn nun die Wirbelströme auch innerhalb desselben Drahtes vorwärts und rückwärts strömen, also „bifilar“ sind, und daher nur ein sehr geringes Selbstpotential besitzen, so bewirkt dieses doch bei den höheren Schwingungszahlen eine merkliche Verzögerung ( $\varphi$ ) der Intensität gegen die elektromotorische Kraft. Zerlegt man nun diesen verzögerten Strom in seine Komponenten ( $\sin \varphi \sin nt$  und  $\cos \varphi \cos nt$ ), so tritt die Sinuskomponente zu dem ursprünglichen Strom, der durch die Rolle fließt, hinzu, und zwar so, daß sie an der Innenseite des Drahtes mit ihm gleichgerichtet, an der Außenseite mit ihm entgegengesetzt gerichtet ist. Dadurch wird der Strom außen geschwächt, innen verstärkt, so daß die Stromlinien nach der inneren Seite des Drahtquerschnittes gedrängt werden. Schließlich kann sogar, da die Wirbelströme bald sehr viel höhere Intensität erhalten als der ursprüngliche Strom, an der Außenseite die Sinuskomponente des Wirbelstromes den ursprünglichen Strom überwiegen, so daß an der Außenseite ein dem ursprünglichen Strom und der elektromotorischen Kraft entgegengesetzter Strom besteht, während an der Innenseite der Strom verstärkt im richtigen Sinne fließt.

Da die Stromlinien auf diese Weise immer mehr nach innen gedrängt werden, wird der mittlere Radius der Stromkreise verkleinert und das Selbstpotential verringert. Jedoch wird diese Verminderung nur klein sein, da der mittlere Radius der Stromkreise höchstens um den Radius des Drahtes  $\rho$  verkleinert werden kann. Wie das Selbstpotential, so ändert sich auch die Anzahl der magnetischen Kraftlinien, die im Mittel durch den Drahtquerschnitt gehen, infolge der Verschiebung der Stromlinien nur wenig. Es wird daher auch bis zu hohen Schwingungszahlen der Energieverlust und damit die Vermehrung des effektiven Widerstandes gemäß der obigen Formel mit dem Quadrat der Schwingungszahl zunehmen. Ein Resultat, das ja den Versuchsergebnissen von Dolezalek entspricht.

Bei der soeben abgeleiteten Theorie ist vorausgesetzt, daß eine große Anzahl von Windungslagen auf der Rolle vor-

handen sind, so daß das Feld innerhalb eines Drahtquerschnittes als homogen angesehen werden kann. Dies ist nicht mehr erlaubt, wenn nur wenige Lagen oder gar nur eine vorhanden ist. Da nun gerade der Fall eines einfachen Solenoids, eines Ringes oder Rechtecks für die elektrischen Schwingungen von besonderem Interesse ist, so soll im folgenden versucht werden, auf die Theorie des Durchganges eines Wechselstromes durch einen beliebig gestalteten Leiter etwas näher einzugehen.

#### Beliebig gestalteter Leiter.

Für den Skineffekt in geraden Drähten haben Lord Rayleigh<sup>1)</sup> und Stefan<sup>2)</sup> die Formeln für Widerstand und Selbstinduktion bei langsamen und sehr schnellen elektrischen Schwingungen gegeben. Diese Formeln sind ohne weiteres auf gekrümmte lineare Leiter, ja sogar auf Rollen ausgedehnt, obgleich hierzu durchaus keine Berechtigung vorliegt, da die magnetischen Kraftlinien nicht mehr in Kreisen um die Drahtachse, sondern ganz anders verlaufen.

Wir denken uns nun den beliebig gestalteten Leiter in Stromfäden zerlegt und betrachten jeden dieser Stromfäden als gesonderten Leiter. Ehe jedoch die Betrachtung auf beliebig viele Leiter (Stromfäden) ausgedehnt wird, soll zunächst als Einführung der Fall zweier parallel geschalteter Leiter mit den Widerständen  $W_1$  und  $W_2$ , den Selbstpotentialen  $L_{11}$  und  $L_{22}$ , dem gegenseitigen Induktionskoeffizient  $L_{12}$  durchgerechnet werden.

Die Widerstandsoperatoren der beiden Zweige ergeben sich aus<sup>3)</sup>

$$a_1 = W_1 + in \left( L_{11} + L_{12} \frac{a_2}{a_1} \right), \quad a_2 = W_2 + in \left( L_{22} + L_{12} \frac{a_1}{a_2} \right)$$

zu:

$$a_1 = \frac{(W_1 + in L_{11})(W_2 + in L_{22}) + n^2 L_{12}^2}{W_1 + in(L_{11} - L_{12})},$$

$$a_2 = \frac{(W_1 + in L_{11})(W_2 + in L_{22}) + n^2 L_{12}^2}{W_2 + in(L_{22} - L_{12})}.$$

1) Lord Rayleigh, l. c.

2) J. Stefan, l. c.

3) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 689. 1891.



Der Widerstandsoperator der ganzen Stromschleife:

$$A = W' + \text{in } L' = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}}.$$

Durch Trennung des reellen und imaginären Teiles erhält man den effektiven Widerstand der Stromschleife:

$$W' = \frac{W_1 W_2 (W_1 + W_2) + n^2 \{ W_2 (L_{22} - L_{12})^2 + W_1 (L_{11} - L_{12})^2 \}}{(W_1 + W_2)^2 + n^2 (L_{11} + L_{22} - 2 L_{12})^2}$$

und das effektive Selbstpotential:

$$L' = \frac{L_{11} W_2^2 + 2 L_{12} W_1 W_2 + L_{22} W_1^2 - n^2 (L_{11} L_{22} - L_{12}^2) (L_{11} + L_{22} - 2 L_{12})}{(W_1 + W_2)^2 + n^2 (L_{11} + L_{22} - 2 L_{12})^2}.$$

Betrachten wir als Beispiel den Fall eines langen Solenoids, das bifilar gewickelt ist, jedoch so, daß der eine Draht immer außen, der andere immer innen liegt. Beide Drähte werden parallel geschaltet. Wir haben damit in erster Annäherung den Fall eines Solenoids aus dickem Draht, durch das ein Wechselstrom fließt. Der gegenseitige Induktionskoeffizient der beiden Solenoide ist gleich dem Selbstinduktionskoeffizient des inneren Solenoids ( $L_{12} = L_{11}$ ). Der Widerstand beider sei als gleich vorausgesetzt ( $W_1 = W_2 = 2W$ ), wobei  $W$  den wahren Widerstand der Stromschleife bedeutet. Dann ist:

$$W' = \frac{16 W^3 + 2 n^2 W (L_{22} - L_{11})^2}{16 W^2 + n^2 (L_{22} - L_{11})^2},$$

$$L' = \frac{4 W^2 (3 L_{11} + L_{22}) + n^2 L_{11} (L_{22} - L_{11})^2}{16 W^2 + n^2 (L_{22} - L_{11})^2}.$$

$L_{22} - L_{11}$  ist eine kleine Größe, demnach werden die Glieder mit  $n^2$ , die sämtlich mit  $(L_{22} - L_{11})^2$  multipliziert auftreten, solange  $n$  nicht sehr hoch ist, gegenüber  $W$  klein sein:

$$W' = W + \frac{n^2 (L_{22} - L_{11})^2}{16 W}, \quad L' = L - \frac{n^2 (L_{22} - L_{11})^2}{16 W^2}.$$

Wir sehen, daß der Widerstand für Wechselstrom  $W'$  gegenüber dem für konstanten Strom  $W$  steigt, und zwar um ein Glied, das die kleine Größe  $L_{22} - L_{11}$  in der zweiten Potenz enthält, das Selbstpotential  $L'$  gegenüber dem Wert für lang-

samen Stromwechsel  $L$  sinkt, und zwar um ein Glied, das  $L_{22} - L_{11}$  in der dritten Potenz enthält, also sinkt  $L'$  langsamer, als  $W'$  steigt.

Für sehr große Frequenzen werden schließlich die Glieder mit  $n^2$  doch groß gegen die Glieder ohne  $n^2$  werden, dann wird:  $W' = 2 W$ ,  $L' = L_{11}$ ; das sind die Werte für den inneren Draht des Solenoids: *Der Strom fließt ausschließlich in diesem, während der äußere Draht stromlos ist.* Für den Durchgang eines schnellen Wechselstromes durch ein Solenoid können wir hieraus schon schließen, daß die Stromlinien, je höher die Wechselzahl ist, um so mehr nach der Innenseite zusammengedrängt werden.

Um zu dem Stromdurchgang durch einen beliebigen Leiter überzugehen, nehmen wir jetzt statt zweier parallel geschalteter Ströme deren beliebig viele ( $q$ ) an. Für die Widerstandsoperatoren  $a_1 - a_q$  erhalten wir folgendes System von Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{W_1 + in L_{11}}{a_1} + \frac{in L_{12}}{a_2} + \dots + \frac{in L_{1q}}{a_q}, \\ 1 &= \frac{in L_{21}}{a_1} + \frac{W_2 + in L_{22}}{a_2} + \dots + \frac{in L_{2q}}{a_q}, \\ &\vdots \\ 1 &= \frac{in L_{q1}}{a_1} + \frac{in L_{q2}}{a_2} + \dots + \frac{W_q + in L_{qq}}{a_q}. \end{aligned}$$

Den Widerstandsoperator eines beliebigen Stromkreises  $a_\alpha$  erhalten wir hieraus als

$$\frac{1}{a_\alpha} = \frac{\Delta_\alpha}{\Delta}.$$

Darin ist  $\Delta$  die Determinante sämtlicher Koeffizienten, und  $\Delta_\alpha$  diejenige Determinante, welche entsteht, wenn man in  $\Delta$  die Vertikalreihe mit dem Index  $\alpha$  überall durch 1 ersetzt.

Mit Hilfe einiger Determinantensätze<sup>1)</sup> lassen sich sowohl  $\Delta$  wie  $\Delta_\alpha$  nach Potenzen von  $in$  entwickeln:

1) Vgl. hierüber die Ausrechnung eines sehr ähnlichen Gleichungssystems in meiner früheren Arbeit Wied. Ann. 49. p. 306. 1903.

$$\Delta = W_1 \cdot W_2 \dots W_q \left\{ 1 + (in) \sum_{\beta} \frac{L_{\beta\beta}}{W_{\beta}} + \frac{(in)^2}{2!} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{\beta\beta} \cdot L_{\gamma\gamma}}{W_{\beta} W_{\gamma}} \right. \\ \left. + \frac{(in)^3}{3!} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \sum_{\delta} \frac{\begin{vmatrix} L_{\beta\beta} & L_{\beta\gamma} & L_{\beta\delta} \\ L_{\gamma\beta} & L_{\gamma\gamma} & L_{\gamma\delta} \\ L_{\delta\beta} & L_{\delta\gamma} & L_{\delta\delta} \end{vmatrix}}{W_{\beta} W_{\gamma} W_{\delta}} + \dots \right\}.$$

$$\Delta_1 = W_1 W_2 \dots W_q \left\{ \frac{1}{W_a} + (in) \sum_{\beta} \frac{L_{\beta\beta} - L_{a\beta}}{W_a W_{\beta}} + \frac{(in)^2}{2!} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \right. \\ \left. \frac{\begin{vmatrix} L_{\beta\beta} & L_{\beta\gamma} \\ L_{\gamma\beta} & L_{\gamma\gamma} \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} L_{a\beta} & L_{\gamma\gamma} \\ L_{\beta\gamma} & L_{\gamma\beta} \end{vmatrix}}{W_a W_{\beta} W_{\gamma}} + \dots \right\}.$$

Hieraus erhalten wir  $1/a_a$  in der verhältnismäßig einfachen Form:

$$\frac{1}{a_a} = \frac{1}{W_a} + (-in) \sum_{\beta} \frac{L_{a\beta}}{W_a W_{\beta}} + (-in)^2 \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{a\gamma} L_{\beta\gamma}}{W_a W_{\beta} W_{\gamma}} \\ + (-in)^3 \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \sum_{\delta} \frac{L_{a\delta} L_{\beta\gamma} L_{\gamma\delta}}{W_a W_{\beta} W_{\gamma} W_{\delta}} + \dots$$

Der Widerstandsoperator aller nebeneinander geschalteten Leitungen ist

$$W' + in L' = \frac{1}{\sum_a \left( \frac{1}{a_a} \right)} \\ = \frac{1}{\sum_a \frac{1}{W_a} + (-in) \sum_a \sum_{\beta} \frac{L_{a\beta}}{W_a W_{\beta}} + (-in)^2 \sum_a \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{a\gamma} L_{\beta\gamma}}{W_a W_{\beta} W_{\gamma}} + \dots} \\ = \frac{1}{A + (-in)B + (-in)^2 C + (-in)^3 D + \dots} \\ = \mathfrak{A} + in \mathfrak{B} + n^2 \mathfrak{C} - in^3 \mathfrak{D} - n^4 \mathfrak{E} \dots$$

Mithin der effektive Widerstand des beliebigen Leiters:

$$W' = \mathfrak{A} + n^2 \mathfrak{C} - n^4 \mathfrak{E} \pm \dots$$

und das effektive Selbstpotential:

$$L' = \mathfrak{B} - n^2 \mathfrak{D} + n^4 \mathfrak{F} \pm \dots$$

Hierin ist

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\sum_a \left( \frac{1}{W_a} \right)}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{A^2} = \frac{\sum_a \sum_{\beta} \frac{L_{a\beta}}{W_a W_{\beta}}}{\left( \sum_a \frac{1}{W_a} \right)^2}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{AC - B^2}{A^3} = \frac{\sum \frac{1}{W_a} \cdot \sum_a \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{a\gamma} L_{\beta\gamma}}{W_a W_{\beta} W_{\gamma}} - \left( \sum_a \sum_{\beta} \frac{L_{a\beta}}{W_a W_{\beta}} \right)^2}{\left( \sum_a \frac{1}{W_a} \right)^3}$$

etc.

Damit ist unsere Aufgabe formell gelöst. Die Schwierigkeiten beginnen jedoch erst, wenn die einzelnen Koeffizienten, d. h. die den Summen entsprechenden mehrfachen Integrale numerisch ausgewertet werden sollen. Der gegenseitige Induktionskoeffizient ( $L_{a\beta}$  etc.)

ist meist ein komplizierter Ausdruck, so daß die Berechnung auch in den scheinbar einfachsten Fällen, z. B. bei einem Ring recht umständlich wird. Wie wir unten sehen werden, ist es fraglich, ob der Erfolg der Mühe entsprechen würde. Hier soll nur der Fall eines langen Solenoides näher besprochen werden, weil hier der gegenseitige Induktionskoeffizient

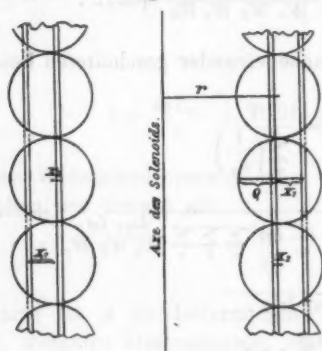


Fig. 4.

einfacher ist. Derselbe ist bei zwei coaxialen Solenoiden gleich dem Selbstinduktionskoeffizient des kleineren also gleich  $4\pi^2 m^2 r_1^2 / c$ , wenn  $c$  die Länge des Solenoides,  $r_1$  der Radius des inneren Solenoides ist. Wir teilen nun durch kreisförmige Schnitte das Solenoid in eine Reihe coaxialer Solenoide (Fig. 4).

Zwei dieser Elementarsolenoiden besitzen die Radien  $r + x_1$  und  $r + x_2$ . Der Widerstand des einen ist gleich

$$\frac{(r + x_1) \pi m \sigma}{\sqrt{\varrho^2 - x_1^2} dx_1},$$

der des anderen gleich

$$\frac{(r + x_2) \pi m \sigma}{\sqrt{\varrho^2 - x_2^2} dx_2}, \quad L_{11} = \frac{4 \pi^2 m^2}{c} (r + x_1)^2, \quad L_{22} = \frac{4 \pi^2 m^2}{c} (r + x_2)^2,$$

$L_{12}$  ist gleich  $L_{11}$ , solange  $x_1 < x_2$ ,  $L_{12} = L_{22}$ , solange  $x_1 > x_2$ .

Es ist

$$A = \sum_a \frac{1}{W_a} = \frac{1}{\pi m \sigma} \int_{-e}^{+e} \frac{\sqrt{\varrho^2 - x_1^2}}{r + x_1} dx_1 = \frac{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}}{\sigma m},$$

$$B = \sum_a \sum_\beta \frac{L_{a\beta}}{W_a W_\beta} = \frac{4}{\sigma^2 c} \left[ \int_{-e}^{+e} dx_2 \frac{\sqrt{\varrho^2 - x_2^2}}{r + x_2} \int_{-e}^{x_2} dx_1 \sqrt{\varrho^2 - x_1^2} (r + x_1) \right. \\ \left. + \int_{-e}^{+e} dx_2 \sqrt{\varrho^2 - x_2^2} (r + x_2) \int_{x_2}^{+e} \frac{\sqrt{\varrho^2 - x_1^2}}{r + x_1} dx_1 \right] \\ = \frac{\pi^2 \varrho^4}{\sigma^2 c} \left\{ 1 - \frac{256}{45 \pi^2} \cdot \frac{\varrho}{r} + \frac{\varrho^2}{4 r^2} \right\},$$

$$C = \sum_a \sum_\beta \sum_\gamma \frac{L_{a\gamma} L_{\beta\gamma}}{W_a W_\beta W_\gamma} = \frac{2 \pi^4 \varrho^6 r m}{c^2 \sigma^3} \left\{ 1 - \frac{512}{45 \pi^2} \frac{\varrho}{r} \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{2,67}{\pi^2} \right) \frac{\varrho^2}{r^2} \right\} \\ \text{etc.}$$

Hieraus

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{A} = \frac{\sigma m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}}$$

und unter Vernachlässigung von  $\varrho^2/r^2$  gegen 1:

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{A^2} = \frac{\sigma \cdot m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}} \left[ \frac{2 \pi^2 \varrho^2 m}{\sigma c} \right] \left[ \frac{r}{\varrho} - \frac{256}{45 \pi^2} \right],$$

$$\mathfrak{C} = \frac{A C - B^2}{A^3} = \frac{\sigma m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}} \left[ \frac{2 \pi^2 \varrho^2 m}{\sigma c} \right]^2 0,272,$$

$$\mathfrak{D} = \frac{A D - C B}{A^4} = \frac{\sigma m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}} \left[ \frac{2 \pi^2 \varrho^2 m}{\sigma c} \right]^2 \Gamma,$$

worin  $\Gamma$  ein von den Rollenkonstanten unabhängiger kleiner Zahlenfaktor ist.

Nennen wir

$$\frac{2 \pi^2 \varrho^3 m}{\sigma c} = \Phi,$$

so wird der effektive Widerstand eines Solenoides:

$$W' = \frac{\sigma m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}} [1 + 0,272 \cdot n^2 \Phi^2 - \dots],$$

$$n L' = \frac{\sigma m}{r - \sqrt{r^2 - \varrho^2}} \left[ n \Phi \left( \frac{r}{\varrho} - \frac{256}{45 \pi^2} \right) - n^3 \Phi^3 \cdot I + \dots \right].$$

Das Charakteristische bei diesen Reihen für das Solenoid ist, daß die durch das Zusammendrängen der Stromlinien verursachten Glieder  $0,272 \cdot n^2 \Phi^2$  und  $n^3 \Phi^3 \cdot I$  mit sehr hohen Potenzen von  $\varrho$  einsetzen, indem die niedrigeren Potenzen sich herausheben. Da

$$\Phi = \frac{2 \pi^2 m}{\sigma c} \cdot \varrho^3,$$

so ist das Korrektionsglied für den Widerstand proportional  $\varrho^6$ , während es bei dem Skineffekt gerader Drähte gleich

$$\frac{n^2}{12} \cdot \frac{\pi^2}{\sigma^2} \cdot \varrho^4$$

ist. Andererseits wird  $m/c$ , die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit, bei dicht gewickelten Solenoiden um so kleiner, je dicker der Draht ist. Setzen wir unter Vernachlässigung der Umspinnung

$$\frac{2 \varrho m}{c} = 1, \text{ so ist } \Phi = \frac{\pi^2 \varrho^3}{\sigma}$$

und das Korrektionsglied gleich

$$0,272 \cdot n^2 \frac{\pi^4 \varrho^4}{\sigma^2},$$

also bei gleicher Drahtlänge etwa 32 mal so groß wie bei einem gerade ausgespannten Draht.

Für höhere Werte von  $n \Phi$  konvergieren die Reihen schlecht. Der physikalische Grund davon liegt im folgenden: Sobald ein Zusammendrängen der Stromlinien nach der Innenseite des Drahtquerschnittes erfolgt, so vermindert sich auch die Ursache der ganzen Erscheinung: das Hindurchtreten der magnetischen Kraftlinien durch den Draht selbst, weil diese ja bei dem Solenoid nur von den an der Außenseite des Drahtquerschnittes bez. in ihm fließenden Stromlinien herrühren. Während oben bei den Rollen mit vielen Lagen, wo durch

das Zusammendrängen der Stromlinien nach Innen die Anzahl der die Rollen selbst schneidenden Kraftlinien nur wenig kleiner wurde, auch für sehr hohe Schwingungszahl das erste von  $n^2$  abhängige Glied zur Darstellung der Erscheinung genügte, machen sich bei dem Solenoid, wo die magnetischen Kraftlinien im Draht sich gleichzeitig mit dem Zusammendrängen der Kraftlinien nach Innen stark vermindern, die höheren Glieder der Reihe bald merklich.

Um experimentell festzustellen, wie lange das erste Glied die Vermehrung des effektiven Widerstandes genügend darstellt, wurden zwei Solenoide in verschiedener Drahtdicke hergestellt und ihr effektiver Widerstand in der Brücke mit der Wechselstromsirene<sup>1)</sup> als Stromquelle und dem Hörtelephon als Brückeninstrument durch Vergleich mit aus gedrillter Litze hergestellten Solenoiden<sup>2)</sup> gemessen. Sowohl im Stromkreise der Wechselstromsirene, als auch in dem des Telephons wurde durch Einschalten von Kondensatoren elektrische Resonanz hergestellt.

Die Dimensionen der Solenoide und die Resultate der Messung waren folgende:

I.  $q = 0,0485$ ,  $m = 534$ ,  $c = 61$ ,  $r = 1,75$ ,  $W = 1,24$  Ohm.

$N = \frac{n}{2\pi}$	$n \Phi$	$W' - W$ berechnet	$W' - W$ gemessen
4050	0,29	0,029 Ohm	0,026
5680	0,40	0,058	0,056
8310	0,60	0,123	0,110

Das Selbstpotential nahm um Bruchteile eines Prozentes gegen das für langsamen Wechselstrom ab.

II.  $q = 0,10$ ,  $m = 338$ ,  $c = 71,8$ ,  $r = 2,31$ ,  $W = 0,265$  Ohm.

$N = \frac{n}{2\pi}$	$n \Phi$	$W' - W$ berechnet	$W' - W$ beobachtet	$\frac{(W' - W) \text{ beob.}}{(W' - W) \text{ ber.}}$
4050	1,39	0,139 Ohm	0,089	64 Proz.
5710	1,96	0,277	0,159	57
8000	2,75	0,544	0,235	43

Das Selbstpotential nahm um ca. 2 Proz. gegen die für langsame Schwingungen ab.

1) M. Wien, Ann. d. Phys. 4. p. 425. 1901.

2) Die Firma Siemens & Halske war so freundlich, mir die dazu nötigen Litzten zur Verfügung zu stellen.

Wir sehen, daß bis zu  $n\Phi = 0,5$  das erste Korrektionsglied genügt, daß aber bei Werten von  $n\Phi$ , die etwas größer sind als 1, sich die höheren Glieder sehr bemerkbar machen, und sehr bald die Reihe nicht mehr recht konvergieren dürfte, jedenfalls eine große Anzahl von Koeffizienten berechnet werden müßten, was große rechnerische Schwierigkeiten haben würde.

Nun würden offenbar gerade die Verhältnisse bei sehr schnellen Schwingungen von besonderem Interesse sein, wo Schwingungszahlen von einer Million in der Sekunde und darüber verwandt werden. Hier erreicht  $n\Phi$  im allgemeinen sehr hohe Werte, z. B. sind die Dimensionen einer viel gebrauchten Form des Teslatransformators folgende:

$$\begin{aligned} \text{Primäre Spule: } & q = 0,165, \quad c = 11, \quad m = 20, \\ & n = 2\pi N = 2\pi \cdot 2,6 \cdot 10^6 = 1,67 \cdot 10^7, \quad n\Phi = 1600, \\ \text{Sekundäre Spule: } & q = 0,025, \quad c = 12, \quad m = 230, \\ & n\Phi = 57. \end{aligned}$$

Für solche hohen Werte von  $n\Phi$  konvergieren die Reihen sicher nicht, und, um  $W'$  und  $L'$  zu berechnen, müßte man einen geschlossenen Ausdruck dafür aufstellen, wie ihn Rayleigh für gerade Drähte gegeben hat.<sup>1)</sup>

Ähnlich liegen die Dinge bei *Ringen* und *Rechtecken*.

Man hat hier bisher zur Berechnung des effektiven Widerstandes und der Selbstinduktion einfach die Formeln für den Skineffekt in geraden Drähten benutzt.<sup>2)</sup> Das ist auf jeden Fall unrichtig, da bei schnellen Schwingungen die Stromlinien in einem Ring nicht nur nach der Peripherie gedrängt werden, sondern auch eine ungleichmäßige Verteilung derselben auf der Peripherie eintritt, indem auf der Innenseite mehr Stromlinien laufen als außen. Auch hier dürften für die praktischen Fälle bei Hertzischen Schwingungen die Reihen

1) Die großen Abweichungen, welche kürzlich Drude (Ann. d. Phys. 9. p. 590. 1902) zwischen den von ihm experimentell gefundenen und den nach der Stefanschen Formel berechneten Werten des Selbstpotentials von Solenoiden fand, können nicht in dieser Verschiebung der Stromlinien ihren Grund haben, da diese nur eine Differenz von der Größenordnung  $q/\nu$  bewirken könnte.

2) Vgl. z. B. R. Blondlot in seiner bekannten Bestimmung von  $\epsilon$  mit elektrischen Schwingungen (Compt. rend. 113. p. 628. 1891.



nicht mehr konvergieren, und nur die Aufstellung eines geschlossenen Ausdruckes zum Ziele führen.

#### Verwendung gedrillter oder geflochtener Litzen.

Die Berechnung aller dieser Formeln hat eigentlich nur noch theoretische Bedeutung, da Hr. Dolezalek ja das Mittel angegeben hat, wie man überall eine ungleichmäßige Verteilung der Stromlinien prinzipiell vermeiden kann: nämlich durch Verwendung von Litzen an Stelle massiver Drähte, wobei jedoch dafür gesorgt werden muß, daß keiner der Einzeldrähte, aus denen die Litze besteht, bevorzugt wird, sie also alle gleichen Widerstand, Selbstinduktion und gegenseitige Induktion besitzen. Zu dem Zweck muß eigentlich jeder Elementardraht gleich oft an jeder Stelle des Drahtquerschnittes sich befinden. Bei Rollen genügt es hierfür schon, wie Hr. Dolezalek gezeigt hat, der Litze einen Drall zu geben, so daß jeder Elementardraht bald auf der Innen-, bald auf der Außenseite des ganzen Drahtes verläuft.

Die Unterteilung kann natürlich nicht unbegrenzt weiter getrieben werden: mit Elementardrähten von 0,1 mm Dicke dürfte die Grenze erreicht sein. In jedem dieser Elementardrähte werden natürlich wieder Wirbelströme auftreten, und es soll hier zum Schluß noch untersucht werden, wie groß diese restierende Vermehrung des effektiven Widerstandes in Rollen, Solenoiden und geraden Drähten ist.

*Rollen.* Für jeden Elementardraht berechnet sich die Widerstandsvermehrung nach unseren obigen Formeln für Voll-drähte. Sind  $\nu$  Elementardrähte vorhanden, so ist bei gleichem Gesamtquerschnitt, da die Widerstandsvermehrung proportional  $\varrho^4$  ist, diejenige des Elementardrahtes  $\nu^2$  mal kleiner, und da  $\nu$  solcher Elementardrähte *parallel geschaltet* sind,  $\nu^3$  mal kleiner als bei einem Volldraht. Mithin erhalten wir für eine lange Rolle mit mit vielen Windungslagen (vgl. Formel (2), p. 5):

$$W' - W = \frac{16 \cdot \pi^2}{8 \sigma \cdot \nu^3} \frac{m^2 (r_1 + r_2) \varrho^4}{c^3} \cdot \left\{ 1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{c^2} \right\} N^2.$$

Für die oben von Hrn. Dolezalek untersuchte Rolle 5  $\varrho = 0,100$ ,  $c = 25$ ,  $r_1 + r_2 = 7,52$ ,  $m = 1400$  ergibt Rechnung und Versuch eine Widerstandsvermehrung um 1 Ohm bei der

Schwingungszahl  $N = 382$  in der Sekunde. Ersetzen wir den Volldraht durch Elementardrähte von 0,1 mm Dicke, so müssen wir um den gleichen Kupferquerschnitt zu erhalten,  $\nu = 400$  machen. Demnach erreichen wir eine Widerstandsvermehrung von 1 Ohm erst bei einer Schwingungszahl von  $N = 3,1 \cdot 10^6$ .

*Solenoid.* Im Gegensatz zu einem Solenoid aus einem Volldraht bewirkt das Zusammendrängen der Stromlinien in den Elementardrähten einer Litze keine merkliche Änderung der magnetischen Kraftlinien. Daher können die Wirbelströme in dem Elementardraht nach den obigen Formeln für einen geraden Draht, der sich in einem homogenen Wechselfeld befindet (p. 2), berechnet werden. Das magnetische Feld ist am äußeren Rande des Solenoids gleich Null, am inneren gleich  $4\pi m/c \cdot \alpha$ , wenn  $\alpha$  die Stromamplitude ist, im Mittel demnach gleich  $2\pi m/c \cdot \alpha$ . Hieraus erhalten wir für die Widerstandsvermehrung in einem Elementardraht:

$$\frac{(2\pi m)^2}{c^2} \cdot \frac{n^2 \varrho^4 \pi}{8\sigma} \cdot \frac{2r\pi m}{\nu^2}$$

und, da  $\nu$  Drähte parallel geschaltet sind:

$$\frac{(2\pi m)^2}{c^2} \cdot \frac{n^2 \varrho^4 \pi}{8\sigma} \cdot \frac{2r\pi m}{\nu^2} = \frac{\pi^4 \varrho^4 m^3 r}{c^2 \sigma \nu^2} n^2.$$

Für unser Solenoid II (p. 17) ( $\varrho = 0,10$ ,  $m = 338$ ,  $c = 71,8$ ,  $r = 2,31$ ,  $W = 0,265$  Ohm) erhielten wir oben eine Vermehrung des Widerstandes um 0,089 Ohm für  $N = 4050$ . Dieselbe Widerstandsvermehrung würden wir bei einem Solenoid aus 400 0,1 mm dicken Litzen für  $N = 1,2 \cdot 10^7$  erhalten.

*Gerader Draht.* Für die Berechnung der Wirbelströme in den Elementardrähten kommt hier das magnetische Feld im Innern eines geraden Drahtes in Betracht. Dasselbe ist im Abstand  $x$  von der Drahtachse gleich  $2x\alpha/\varrho^2$ . Bei einer Litze gleicher Dicke ist die mittlere Entfernung des Elementardrahtes von der Achse gleich  $\varrho\sqrt{2}/2$ . Mithin das Feld  $\sqrt{2}/\varrho \cdot \alpha$ . Hieraus folgt bei  $\nu$  Elementardrähten die Widerstandsvermehrung:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\varrho}\right)^2 \cdot \frac{n^2 \varrho^4 \pi}{8\sigma} \cdot \frac{l}{\nu^2} = \frac{n^2 \varrho^2 \pi \cdot l}{4\sigma \cdot \nu^2}.$$

Bei einem geraden Volldraht von 100 m Länge und 0,1 Radius erfolgt nach den Rayleighschen Formeln eine Vermehrung des Widerstandes um 0,1 Ohm bei  $N=2300$ .

Bei einer Litze aus 400 Elementardrähten von 0,100 mm Dicke ergibt unsere Formel die gleiche Widerstandsvermehrung erst bei  $N=6,0 \cdot 10^7$ .

In allen Fällen ist also die Vermehrung des wirksamen Widerstandes bei Litzen praktisch verschwindend.

Aachen, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, 10. Febr. 1904.

(Eingegangen 12. Februar 1904.)

## 2. Resonanz elektrischer Schwingungen; von K. E. F. Schmidt.

### I. Elektrische Eigenresonanz.

Bei der Verwendung der Teslaschwingungen zum Studium optischer Erscheinungen wurde ich auf die Frage geführt, welche Versuchsanordnung des Gesamtkreises bei gegebenen Anfangsbedingungen ein Maximum der Energieansammlung an bestimmten Raumstellen, z. B. in einem evakuierten Glasrohr im Teslafelde ergibt. Eine damit eng zusammenhängende Frage ist die: Läßt sich die Größe dieser Energiemenge quantitativ berechnen und durch Beobachtung messend feststellen?

Zur Lösung dieser auch für andere Gebiete (drahtlose Telegraphie) wichtigen Fragen habe ich eine systematische Untersuchung in den einzelnen Zweigen der komplizierten Teslaanordnung ausgeführt, über deren ersten Teil ich im folgenden berichte.

Die von Tesla verwendete Schaltanordnung ist die im Schema (Fig. 1) dargestellte. In die Primärspule I eines Trans-

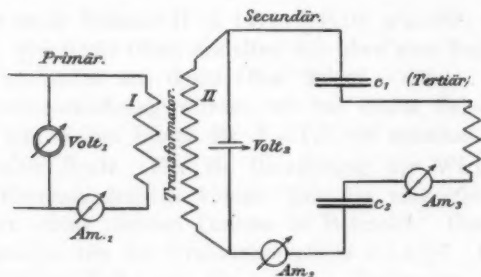


Fig. 1.

formators (Induktoriums) wird der von einer Teslamaschine herrührende Wechselstrom mittelhoher Frequenz ( $n = 2000$  bis  $5000$ ) geschickt und durch Induktion in dem Sekundärkreis — bestehend aus der Sekundärspule II des Transformators,

den Kondensatoren  $c_1$  und  $c_2$  — eine Schwingung gleicher Periode erzeugt. Die äußeren Beläge der Kondensatoren sind entweder durch einen einfachen Draht direkt verbunden oder es ist der Tertiärkreis angeschlossen, der den Hochfrequenz- und Hochspannungskreis zur Hervorrufung der eigentlichen Teslaströme bildet; in diesem Falle muß in den Sekundärkreis noch eine Funkenstrecke eingeschaltet werden. Die am Voltmeter 2 gemessene Spannung ist im allgemeinen die durch gewöhnliche Transformation erzeugte. Werden aber Induktanz und Kondensanz im Sekundärkreis so gewählt, daß *Resonanz* eintritt, so wird die transformierte Spannung im sekundären Kreis auch noch durch Resonanzverstärkung erheblich weiter erhöht.

Während die durch gewöhnliche Transformierung erhöhte Spannung in erster Annäherung durch das Umsetzungsverhältnis (Windungszahl in II/Windungszahl in I) bestimmt ist, lassen sich für die Erhöhung durch Resonanz allgemeine Beziehungen bisher noch nicht angeben.

Diese zu finden ist die Aufgabe meiner augenblicklichen Untersuchungen.

Inzwischen sind verschiedene Arbeiten erschienen, welche unsere Kenntnis über die Vorgänge in der Teslaschaltung gefördert und erweitert haben.

Hr. M. Wien<sup>1)</sup> hat einen Generator beschrieben, der Schwingungen bis zu 17000 Frequenzen ergibt, mit denen sich ausgesprochene Resonanzerscheinungen hervorrufen lassen. Er gibt Meßmethoden für diese Ströme und beschreibt besonders ein Vibrationsgalvanometer von hoher Empfindlichkeit ( $1,4 \cdot 10^{-8}$  Amp. für 1 Skt.), welches zu Messungen in der Wheatstonebrücke gut geeignet ist.

p. 435 stellt Hr. M. Wien einen Fall von *Eigenresonanz* dar, für den die Resonanzkurve durch Beobachtungen um den Resonanzpunkt ermittelt und die Messung mit den aus der Theorie folgenden Werten verglichen wird (vgl. darüber unten p. 35).

---

1) M. Wien, Ann. d. Phys. 4. p. 425. 1901. In jüngster Zeit hat die Firma Siemens & Halske eine dem Wienschen Apparat ähnliche Hochfrequenzmaschine konstruiert, welche nahezu reine Sinusschwingungen ergibt (vgl. Siemens & Halske, Nachrichten Nr. 2 vom 28./I. 1904).

Im weiteren (p. 436) untersucht Hr. M. Wien die Rückwirkung eines zweiten mit dem ersten gekoppelten Systems auf das erste und vergleicht die Resultate mit der von ihm 1897 entwickelten Theorie.

Dann hat Hr. Drude<sup>1)</sup> in einer sehr ausführlichen Arbeit wertvolle Resultate mitgeteilt, aus denen Gesichtspunkte für die Konstruktion kräftig wirkender Teslatransformatoren gewonnen werden.

Von den Resultaten der bisherigen Arbeiten über elektrische Resonanzerscheinungen allgemeiner Natur sind für das Folgende zunächst von Wichtigkeit die von verschiedenen Forschern nachgewiesene Übereinstimmung der von Sir William Thomson und G. Kirchhoff theoretisch gefundenen Beziehung

$$n = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

mit der Beobachtung. — Ferner die zahlreich angestellten Untersuchungen über den Einfluß der Dämpfung auf den Ablauf elektrischer Schwingungen, welche gezeigt haben, daß die theoretischen Werte nur in erster Annäherung mit der Erfahrung übereinstimmen. Die berechneten Werte sind ausnahmslos zu klein gegenüber den beobachteten; über den Grund dieser Abweichung sind die Ansichten geteilt.<sup>2)</sup>

Zwei Größen, welche für die Erscheinung der Resonanz charakteristisch<sup>3)</sup> sind, haben bisher eine experimentelle Erledigung nicht gefunden, nämlich 1. die *Phasenverschiebung* der durch Resonanz hervorgerufenen Schwingung gegen die primäre — jene erzeugende — Schwingung; 2. das Verhältnis der Amplitude der durch Resonanz verstärkten Schwingung zu der Amplitude der primären, welches kurz *Resonanzverstärkung* — abgekürzt *RV* — genannt werden soll.

Die Kenntnis dieser Größe ist in erster Linie für die Lösung der eingangs gestellten Aufgabe notwendig.

Ihr Wert kann sowohl für die *Spannung* wie für die *Strom-*

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293 u. 590. 1902.

2) Über die Literatur vgl. Hj. Tallqvist, Ann. d. Phys. 9. p. 1068 bis 1086. 1902.

3) Vgl. H. v. Helmholtz, Vorlesungen über Dynamik, p. 125 u. 127. 1898.

stärke<sup>1)</sup> aufgesucht werden. Das erstere ist das einfachere und demgemäß habe ich hiermit begonnen.

Es wird sich jedoch zeigen, daß eine völlige Lösung der gestellten Aufgabe erst möglich wird, wenn  $RV$  auch für die Stromgrößen gefunden ist.

Die folgenden Untersuchungen stellen den absoluten Maximalbetrag für  $RV$  fest<sup>2)</sup> und beschäftigen sich mit der Frage, in welcher Weise  $RV$  von dem Selbstinduktionskoeffizienten  $L$  und der Kapazität  $C$  des Schwingungskreises abhängt.

Weiter wird experimentell der Einfluß des Widerstandes auf  $RV$  ermittelt; um für die Auffindung des Gesetzes, nach der die Schwingungen gedämpft werden, neue experimentelle Daten zu erhalten.

Aus dem Dargestellten wird sich ergeben, daß die Beobachtung von  $RV$  in sehr empfindlicher Weise Energieabgabe des Schwingungskreises meist unter Umwandlung in eine andere Energieform (Wärme), erkennen und quantitativ verfolgen läßt, wodurch die Lösung wichtiger Fragen durch eine sehr einfache und dabei genaue Meßmethode ermöglicht wird.

### § 1. Der Generator. Versuchsanordnung.

Zur Hervorrufung der elektrischen Schwingungen benutzte ich eine *Teslamaschine*. Diese ist nach den wenigen Konstruktionsangaben, die sich in Nikola Tesla<sup>3)</sup> finden, von Hrn. Prof. Frieze gebaut. Nach einigem Umhertasten ist Hrn. Frieze die Konstruktion eines Generators zur Hervorrufung von Schwingungen, welche eine überraschende Regelmäßigkeit zeigen, in vorzüglicher Weise gelungen.

Die Maschine läuft seit einigen Jahren oft tagtäglich viele

1) Die Messung der gesuchten Größe für die Stromstärke erfordert den Bau eines neuen Meßinstrumentes, da die vorhandenen nicht genügende Empfindlichkeit besitzen. Zu bemerken ist noch, daß  $RV$  infolge des Widerstandes in dem Strommesser (ca.  $0,8 \Omega$ ) erheblich kleiner ausfällt, als bei den Spannungsmessungen, bei denen der Widerstand des Schwingungskreises auf ein kleinstes Maß reduziert werden kann.

2) Sämtliche unten angeführte  $RV$ -Werte gelten also für den Punkt vollkommener Resonanz.

3) Nikola Tesla, Untersuchungen über Mehrphasenströme und über Wechselströme hoher Spannung und Frequenz. Halle a. S. 1895. Wilhelm Knapp.



Stunden ohne Unterbrechung und trotz der hohen Umlaufgeschwindigkeit sind bis jetzt Reparaturen erheblicherer Art an dem Generator nicht vorgenommen.

Ich möchte nicht unterlassen, Hrn. Prof. Friese und der E.-A.-G. Schuckert & Co., Nürnberg, in deren Werkstätten die Maschine gebaut wurde, auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank dafür auszusprechen, daß sie es unternehmen haben, sich mit dem Bau der diffizilen Maschine zu befassen. Durch ihre Mühewaltung und auf Grund der vorzüglichen Durchführung der gestellten Aufgabe ist ein Apparat von höchster Akkuratess, welcher noch für viele Aufgaben der Physik von Bedeutung werden wird, geschaffen.

Das Magnetfeld der Maschine ist von zwei Eisenscheiben I und II, Figg. 1b u. 1c aus bestem schwedischem Flußeisen von 60 cm Durchmesser gebildet. An der inneren Peripherie sind je 120 Polvorsprünge von  $0,8 \times 4 \text{ cm}^2$  wirksamer Fläche ausgefräst,  $N_1 - N_6$  und  $S_1 - S_6$ .<sup>1)</sup> Die Eisenscheiben sind mit der Drehachse der Maschine fest verbunden und so auf der Achse befestigt, daß sich stets zwei Polvorsprünge einander genau gegenüberstehen; sie lassen einen 0,7 cm breiten Raum zur Aufnahme des Induktionsankers zwischen sich frei. Zur Magneterregung dient eine aus einer größeren Zahl von Windungen bestehende Spirale aus Kupferdraht. Sie liegt konzentrisch zur Drehachse der Maschine in dem von den Scheiben eingeschlossenen Hohlraum.

Die Enden des Drahtes sind mit zwei Schleifringen verlötet, denen der Erregerstrom durch zwei auf den Ringen schleifende Bürsten von einer Akkumulatorenbatterie zugeführt wird.

Fließt in der Drahtspule Strom, so wird die eine Scheibe nord-, die andere südmagnetisch und durch die 120 Polvorsprünge werden 120 gleichstarke Magnetfelder erzeugt. Da die Eisenscheiben auf der Drehachse der Maschine festsitzen,

1) Es werden hier und im folgenden nur die Stücke erwähnt, welche in der Figur dargestellt sind. Fig. 1a gibt einen Teil des Vertikalschnittes (senkrecht zur Drehachse) durch die Maschine; Fig. 1b einen Teil des Horizontalschnittes (durch Polvorsprünge und Induktionsleiter im obersten Teil der Maschine); Fig. 1c einen Teil des Vertikalschnittes (parallel zur Drehachse).



so werden bei Umlauf der Maschine die magnetischen Kraftlinien der 120 Felder mit konstanter Geschwindigkeit mitgeführt.

Der Induktionsanker nimmt an der Drehung der Maschine nicht teil, sondern sitzt fest an einem besonders stark kon-

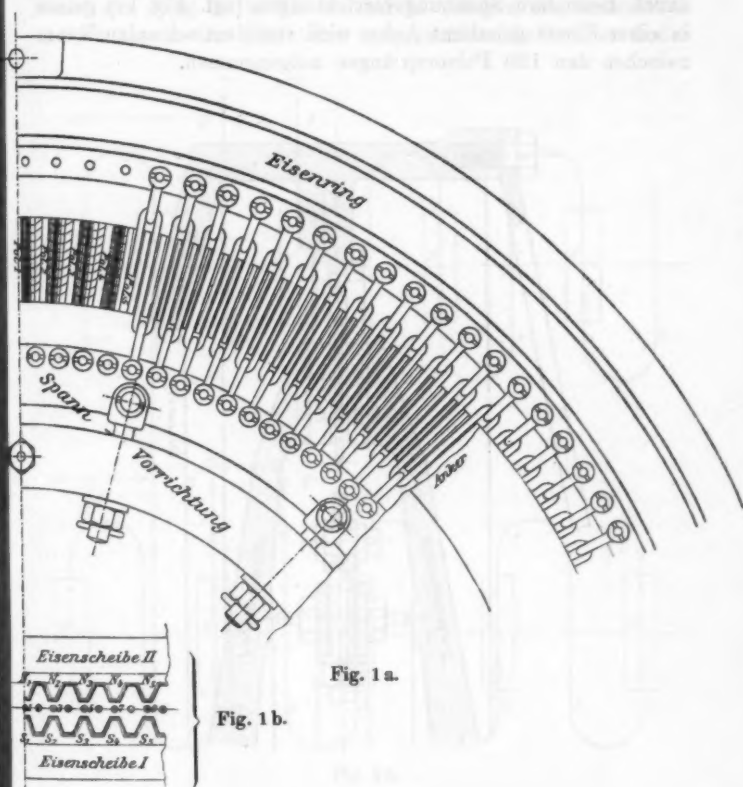


Fig. 1 a.

Fig. 1 b.

struierten und an der Grundplatte der Maschine befestigten Eisenring (Fig. 1a und 1c).

Der Anker besteht aus drei mit Isoliermaterial umgebenen verseilten<sup>1)</sup> Kupferlitzen, welche in Schlangenlinien gebogen,

1) Eine größere Zahl dünner Drähte zu einem Seil vereinigt.

einen völlig geschlossenen Kreis von ca. 56 cm Durchmesser bilden; in der Fig. 1a sind die Leiterstücke 9 bis 33 gezeichnet, in Fig. 1b kommen in den kleinen Kreisen die Querschnitte durch die ersten zehn Leiter zur Anschauung. Dieser durch besondere Spannungsvorrichtungen (vgl. Fig. 1c) genau in einer Ebene gehaltene Anker wird von dem schmalen Raum zwischen den 120 Polvorsprüngen aufgenommen.

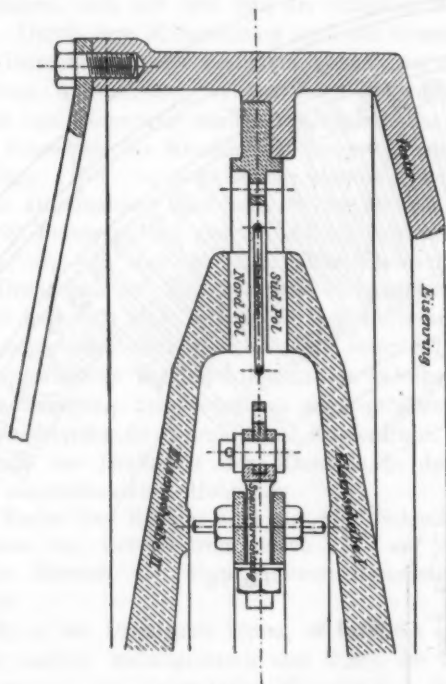


Fig. 1c.

Die Ankerteile sind dicht nebeneinander verlegt und können für den Gebrauch nach Bedarf parallel oder hintereinander geschaltet werden. Die Zahl der Schleifen beträgt  $120 \times 2$  und dementsprechend sind 240 Leiterstücke vorhanden, in denen durch die umlaufenden Kraftlinien Induktionsströme entstehen.

Vermittelt Riemen ist die Maschine mit einem Gleichstrommotor (für 440 Volt) verbunden; dieser bekommt seine Energie aus dem städtischen Elektrizitätswerk.

Die Induktionswirkung und die Richtung der Ströme ist leicht aus Fig. 2a u. 2b ersichtlich. Stehen die Ankerleiter 1, 3, 5 etc. in der Mitte der magnetischen Felder, so findet

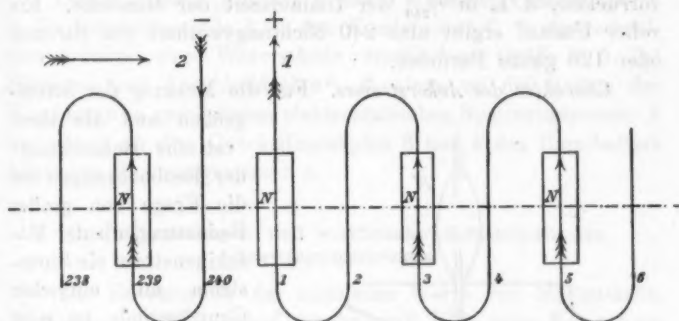


Fig. 2a.

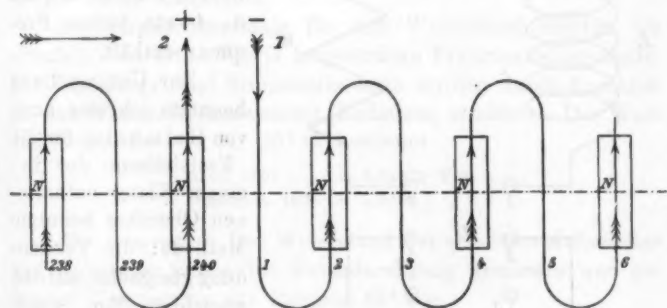


Fig. 2b.

in ihnen das Maximum der Induktionswirkung statt. 2, 4, 6 etc. sind in diesem Moment induktionsfrei. Nachdem die Maschine  $\frac{1}{240}$  Umdrehung weiter geführt ist, haben 2, 4, 6 etc. das Maximum der Induktion, und 1, 2, 3 etc. sind induktionsfrei (Fig. 1 b). Wir wollen annehmen, daß die induzierten Ströme infolge der Bewegung und der Richtung der Magnetfelder im

Sinne der eingezeichneten Pfeile verlaufen. In der ersten Stellung ist dann Ankerende 1 positiver und Ende 2 negativer Pol; in der zweiten Stellung der Felder ist Ende 1 positiv und Ende 2 negativ: so wechselt also der Ankerstrom seine Richtung in der gleichen Zeit, in welcher die Magnetfelder um den Abstand zweier Ankerleiter — Breite der Schleife — vorrücken, d. h. in  $\frac{1}{240}$  der Umlaufzeit der Maschine. Ein voller Umlauf ergibt also 240 Richtungswechsel des Stromes oder 120 ganze Perioden.

*Charakter des Ankerstromes.* Für die Messung der Stromgrößen und die theoretische Behandlung

der Beobachtungen ist die Frage von großer Bedeutung, ob der Maschinenstrom ein Sinusstrom mit einfacher Grundperiode ist oder ob er außer diesem noch höhere Glieder mit 2-, 3-, 4- etc. facher Frequenz enthält.

Zur Untersuchung benutzte ich eine auch von Helmholtz für die Feststellung der in einem Klang enthaltenen Obertöne benutzte Methode: die Verwendung geeigneter, auf den gesuchten Ton abgestimmter Resonatoren.

Ich stellte einfache Schwingungskreise her, welche durch entsprechende Wahl der Kondensatoren auf die

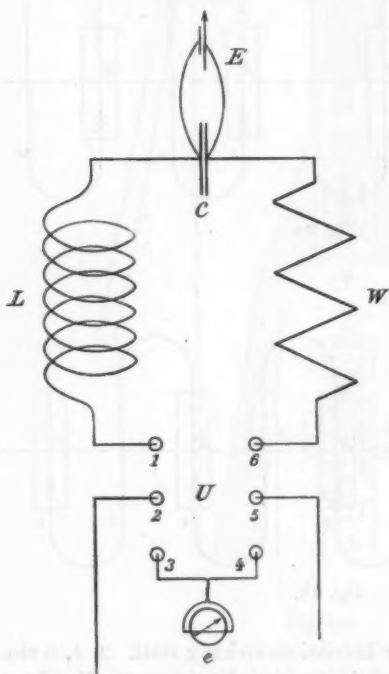


Fig. 3.

Grundperiode und die höheren Frequenzen mit vollkommener Resonanz ansprechen mußten.

Da bei diesen mehrfach wiederholten Versuchen stets nur Resonanz auf die Grundschiwingung beobachtet wurde, ist der Ankerstrom als rein sinusförmig zu betrachten.

Von den Polklemmen des im Kellergeschoß aufgestellten Generators führt eine ca. 6 m lange Leitung aus 5 mm starkem gut isoliertem Kupferdraht zum eigentlichen Versuchskreis.

Dieser enthält (Fig. 3): 1. einen 6 poligen Umschalter  $U$ , 2. die Induktionsspule  $L$ , 3. den Kondensator  $C$ , 4. auswechselbare induktionsfreie Widerstände verschiedener Größe  $W$ , 5. Zuleitungs- und Anschlußdrähte<sup>1)</sup>, 6. einen an die Beläge des Kondensators geschalteten elektrostatischen Spannungsmesser  $E$  und einen an den Quecksilbernäpfen 3 und 4 des Umschalters liegenden Spannungsmesser  $e$ .

## § 2. Abmessungen und elektrische Konstanten des Schwingungskreises.

Die Bestimmung der absoluten Werte von Stromstärke, Spannung und Widerstand geschah mit Hilfe eines Feussnerschen Kompensationsapparates, in vorzüglicher Weise von Otto Wolff-Berlin ausgeführt.

Als Vergleichsnormale für den Widerstand dienten die ebenfalls von Otto Wolff hergestellten Präzisionswiderstände. Die Spannungs- und Stromstärkewerte wurden durch Anschluß an das Weston-Normalelement (Kadmium) ermittelt. Der Wert des Elementes war für 20° C. bestimmt:

April 1901 = 1,01905 Volt

Dezember 1903 = 1,0189 "

*Der Generator.* Der Widerstand der einzelnen Ankerleiter und Zuleitung wurde bei Stromdurchgang gemessen und gefunden (Temperatur des Raumes 16° C.):

Ankertheil I	{	$i = 0,9907$ Amp.	$w = 0,1982$ Ohm
		$i = 1,9776$ "	$w = 0,1988$ "
Ankertheil II	{	$i = 1,0036$ "	$w = 0,19931$ "
		$i = 1,96$ "	$w = 0,19930$ "
Ankertheil III	{	$i = 1,0025$ "	$w = 0,20365$ "
		$i = 1,9706$ "	$w = 0,20375$ "

1) Um den Ohmschen Widerstand des Kreises nach Möglichkeit zu verkleinern, besaßen diese Drähte einen Querschnitt von ca. 12 qmm.

Alle 3 Teile parallel geschaltet und Zuleitung:

$$i = 0,978 \text{ Amp.} \quad w_m = 0,07300 \text{ Ohm}$$

$$i = 1,988 \text{ „} \quad w_m = 0,07308 \text{ „}$$

Alle 3 Teile hintereinander geschaltet und Zuleitung:

$$w_m = 0,591 \text{ Ohm.}$$

Da nach den Beobachtungen von Hrn. Schiller<sup>1)</sup> geringe Leitfähigkeit im Dielektrikum des Kondensators sowie in den isolierenden Schichten der Induktionsspulen etc. zu Abweichungen Veranlassung gibt, so ist der Widerstand der Isolationschicht zwischen den einzelnen Ankerteilen sowie der Übergangswiderstand nach der Erde hin besonders untersucht.

Die Beobachtungen mit gewöhnlichem Wechselstrom (50 Perioden) ergeben:

Spannung	Übergangswiderstand
80 Volt	von Teil I nach II 3830 Ohm
82	„ „ I „ III 6510 „
79,8	„ „ II „ III 3965 „

Für Gleichstrom fand sich folgende Änderung des Widerstandes mit der Spannung und Zeit.

Spannung	Übergangswiderstand zwischen II u. III	Zu Beginn der Stromdurchleitung $W_{II/III} = 6080 \text{ Ohm}$ ( $i = 0,01 \text{ Amp.}$ )
10,8 Volt	9370 Ohm	
50,7	7240	Nach 5 Min. Stromdurchführung
198,5	3370	$W_{II/III} = 12403 \text{ Ohm}$
294,8	2830	( $i = 0,005 \text{ Amp.}$ )

Der Übergangswiderstand nimmt also für wachsende Spannung ab und steigt, wenn der Strom längere Zeit durchgeleitet wird. Schaltet man nach Aufhören des Meßstromes ein Ende von A II und ein Ende von A I oder A III an ein Galvanometer, so beobachtet man einen *Entladestrom*, der in 10 Min. von  $7,9 \times 10^{-6}$  Amp. auf  $2,2 \times 10^{-6}$  Amp. absinkt. Es muß also eine Art elektrolytischer Leitung durch die Isolationshülle stattfinden.

Der Übergangswiderstand des Ankers nach der Erde wurde für 198,9 Volt zu 100000 Ohm und für 10 Volt zu 290000 Ohm ermittelt.

Der Selbstinduktionskoeffizient des Maschinenankers wurde nach einer unten beschriebenen Methode zu 0,00000158 Henry

1) N. Schiller, Pogg. Ann. 152. p. 535. 1874.

bestimmt. Dieser Wert ist das Mittel aus drei Einzelbeobachtungen, die eine größte Abweichung von ca. 6 Proz. vom Mittel zeigen. Für diesen besonderen Fall gibt somit das Meßverfahren nicht gerade sehr genaue Werte; es genügt aber für die weiteren Beobachtungen bei dem geringen Werte der Größe  $L$  — die sonst noch in den Stromkreis eingeschalteten Induktionswerte sind 1000 mal größer — die erreichte Genauigkeit vollständig.

Infolge der Größe des Übergangswiderstandes nach der Erde braucht man auf diesen bei den Beobachtungen keine Rücksicht zu nehmen. Das gleiche gilt für den Fall der Parallelschaltung der drei Ankerteile, dagegen muß bei Hintereinanderschaltung der drei Ankerteile der Übergangswiderstand von Teil zu Teil entsprechend berücksichtigt werden.

Die Induktionsspulen I—III bestehen aus Kupferdraht von 10 qmm Querschnitt und einer 2 mm starken Schicht, aus vorzüglich isolierendem Gummi hergestellt.<sup>1)</sup>

Spule I hat sechs Lagen à 30 Windungen und ist auf eine Rolle aus sehr gut isolierendem Porzellan<sup>2)</sup> gewickelt; jede Lage endet in zwei Anschlußklemmen. Die innere Lage hat im Mittel 12,7 cm Durchmesser (bezogen auf die Drahtachse); die äußere Lage hat im Mittel 20,7 cm Durchmesser; die axiale Breite des Wickelungsraumes beträgt 26 cm.

Die Selbstinduktionskoeffizienten  $L$  und Widerstände  $w$  sind folgende:

Lage I—IV	$L = 0,001498$ Henry	$w = 0,116$ Ohm
„ I—V	$L = 0,002387$ „	$w = 0,154$ „
„ I—VI	$L = 0,003335$ „	$w = 0,193$ „

Spule II hat 13 Lagen zu je 13 Windungen, die innere Lage hat 25,7 cm, die äußere 43,3 cm Durchmesser, die axiale Breite beträgt 10,5 cm, der Hohlraum enthält nur Luft.

$$L = 0,0105 \text{ Henry, } w = 0,345 \text{ Ohm.}^3)$$

1) Der Isolationswiderstand beträgt nach 24 stündigem Liegen in Wasser für 100 m mehr als  $3 \times 10^9$  Ohm (gemessen in dem Meßlaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke).

2) Die Porzellanrolle wurde in der Porzellanfabrik Hermsdorf, S.-A., Spezialität für elektrische Isolatoren, gebrannt. Die Rolle ist für 35 000 Volt geprüft.

3) Gemessen für 0,5 Amp. Stromdurchgang.

Spule III hat 17 Lagen mit je 13 Windungen; die innere Lage hat 25,7 cm, die äußere 51,3 cm Durchmesser, die axiale Breite beträgt 10,5 cm; der Hohlraum enthält nur Luft.

$$L = 0,0204 \text{ Henry, } w = 0,516 \text{ Ohm.}$$

Die Kondensatoren für die definitiven Versuche haben Glimmer als Dielektrikum. Nachdem durch Vorversuche die schon von Hrn. N. Schiller für elektrische Schwingungen gefundene Tatsache, daß die Leitfähigkeit des Dielektrikums den Ablauf elektrischer Schwingungen merklich beeinflußt, bestätigt war, mußte möglichst hoher Isolationswiderstand im Dielektrikum angestrebt werden; dieser Forderung dürfte der Glimmer gerecht werden. Den Einfluß mangelhafter Isolation im Dielektrikum lassen folgende Beobachtungen erkennen. Es wurde festgestellt für verschiedenen Widerstand im Gesamtkreis die durch Resonanz verstärkte Stromstärke, wenn im einen Fall ein Kondensator mit paraffiniertem Papier, im anderen ein solcher mit Glimmer als Dielektrikum zur Anwendung kam. Im ersten Falle sind die Stromstärken erheblich kleiner als im zweiten, da ein Teil der zugeführten Energie infolge der mangelhaften Isolation vom Dielektrikum aufgenommen und dem Schwingungskreis entzogen wird. Die erhaltenen Werte sind in der Tab. I niedergelegt.

Tabelle I.

Einfluß des Dielektrikums auf  $R V$ .

Glimmerkondensator $L = 0,00152 \text{ Henry, } C = 1,68 \text{ Mikrof.}$		Paraffinpapier-Kondensator $L = 0,00152 \text{ Henry}$ $C = 1,684 \text{ Mikrof.}$	
	$i \text{ ber.}$		
—	—	$W = 1,382 \text{ Ohm } i = 2,802 \text{ Amp.}$	
$W = 1,395 \text{ Ohm } i = 4,036 \text{ Amp.}$	6,165	—	
$W = 2,240 \text{ „ } i = 2,832 \text{ „}$	3,83	—	
—	—	$W = 2,43 \text{ Ohm } i = 1,91 \text{ Amp.}$	
$W = 2,804 \text{ Ohm } i = 2,347 \text{ Amp.}$	3,067	—	
$W = 3,375 \text{ „ } i = 1,999 \text{ „}$	2,548	—	
$W = 3,973 \text{ „ } i = 1,8 \text{ „}$	2,164	—	
—	—	$W = 4,06 \text{ Ohm } i = 1,332 \text{ Amp.}$	
$W = 4,544 \text{ Ohm } i = 1,667 \text{ Amp.}$	1,892	—	
$W = 5,124 \text{ „ } i = 1,434 \text{ „}$	1,678	—	
—	—	$W = 5,64 \text{ Ohm } i = 1,020 \text{ Amp.}$	
$W = 5,707 \text{ Ohm } i = 1,302 \text{ Amp.}$	1,506	—	



Die Beobachtungen lassen unzweideutig eine starke Verminderung der  $RV$  beim Paraffinkondensator erkennen.

Die beim Glimmerkondensator unter  $i$  ber. stehenden Intensitätswerte sind aus der für den Resonanzpunkt geltenden Beziehung  $i = E/W$  abgeleitet, wo  $E$  die Spannung bedeutet, mit der die Schwingung dem Kreise zugeführt wird, und  $W$  den Gesamtwiderstand. Der erste Wert weicht um 24 Proz., der letzte noch um 13 Proz. von den beobachteten ab. Für den Vergleich der absoluten Werte reicht also die theoretisch abgeleitete Beziehung nicht aus, dagegen paßt sich die Formel beim Vergleich der relativen Beträge, wie M. Wien zeigt, den Beobachtungen gut an.

Die mit Stanniol überzogenen Glimmertafeln der Kondensatoren sind in Paraffin fest eingebettet.

Es standen sechs Kondensatoren zur Verfügung; 1 bis 5 wurden mit der Wheatstoneschen Brücke für Schwingungen von der Frequenz  $n = 2000$  mit Nr. 6 verglichen. Die Beobachtungen ergaben ( $C_0 = 1$  Mikrof. gesetzt):

Nr. 1  $C = 0,4852$  Mikrof.

Nr. 4  $C = 0,9837$  Mikrof.

„ 2  $C = 0,4879$  „

„ 5  $C = 0,9960$  „

„ 3  $C = 0,4927$  „

„ 6  $C = 1,0$  „

Die *Zusatzwiderstände* zur Untersuchung der Dämpfung wurden zur Konstanthaltung der Temperaturen in ein Petroleumbad getaucht. Ein Teil bestand aus Manganindrähten, welche derartig hergerichtet waren, daß die Drähte in der Mitte umgelegt und umeinander gewickelt wurden, so daß die Selbstinduktion den kleinsten Betrag annahm; die Drahtenden waren mit starken Kupferenden verlötet, welche in Quecksilbernäpfe tauchten.

Die Werte der fünf verwendeten Stücke waren für 1 Amp. Stromdurchgang:

Nr. 1  $w = 0,115$  Ohm

Nr. 4  $w = 1,430$  Ohm

Nr. 2  $w = 0,217$  „

Nr. 5  $w = 1,914$  „

Nr. 3  $w = 0,670$  „

Ein Beobachtungssatz wurde zum Vergleich an einem Platiniridium-Draht ausgeführt. Bei diesem war eine Reihe von Punkten mit 2 mm starken Anschlußdrähten aus Cu ver-

1) Inwieweit diese und die weiter unten mitgeteilten Resultate durch Wirbelströme beeinflusst sind, werde ich später zeigen.

lötet, um so verschiedene Längen des Pt-Ir-Drahtes in den Kreis einschalten zu können.

Die Messung der Frequenzen geschah nach einer von mir früher angegebenen akustischen Methode<sup>1)</sup>; durch einige Abänderungen der Einrichtung hat sich die Genauigkeit der Methode noch beträchtlich steigern lassen.

Die sämtlichen unten mitgeteilten Beobachtungen sind, wie das Versuchsschema Fig. 3, p. 30 zeigt, an einem einfachen völlig geschlossenen Leiterkreis angestellt.

Da die Quelle für die Schwingungen, durch welche die Eigenschwingungen des Kreises infolge der Resonanz angeregt werden, in ihm enthalten ist, so habe ich die Erscheinung als *Eigenresonanz* bezeichnet.

Diese Versuchsanordnung stellt den denkbar einfachsten Fall zur Hervorrufung elektrischer Resonanz dar und ist daher besonders geeignet, den komplizierten Vorgang experimentell und theoretisch zu verfolgen.

### § 3. Beobachtungsmethoden und Meßinstrumente.

Einwandsfreie Messungen der *Stromstärke* und *Spannung* für elektrische Schwingungen sind — besonders wenn absolute Werte gefordert werden — mit großen Schwierigkeiten verknüpft.

Die zuverlässigsten Werte für die *Stromstärke* erhält man ohne Zweifel mit induktions- und kapazitätsfreien Apparaten. Vorzüglich bewähren sich in dieser Hinsicht die Hitzdrahtinstrumente, bei denen bekanntlich die durch Erwärmung erzeugte Verlängerung eines (Platinsilber)-Drahtes den gesuchten Wert ergibt.

Mit diesen Instrumenten ist man in der Lage, Stromstärken bis etwa zu 0,0005 Amp. herab zu bestimmen.

Die Empfindlichkeit ist also erheblich geringer als bei den Galvanometern gewöhnlicher Konstruktion.

Da für meine Untersuchungen in der Regel Ströme von mehr als 0,08 Amp. zur Verwendung kamen, so konnten die

1) K. E. F. Schmidt, Ann. d. Phys. 7. p. 225—230. 1902.

Instrumente in der gewöhnlichen Ausführung von Hartmann & Braun verwendet werden. Für die feineren Messungen habe ich die Zeigerablesung mit gutem Erfolg durch Spiegelablesung mit Fernrohr und Skala ersetzt und dadurch eine erhebliche Genauigkeit in der Ablesung erhalten.

Eingehende Mitteilungen hierüber werde ich in der Zeitschrift für Instrumentenkunde veröffentlichen.

Für sehr exakte und feine Messungen müssen die Hitzdrahtinstrumente ständig kontrolliert werden, da die Nullpunktverschiebungen und die nicht mit absoluter Genauigkeit durchzuführende Kompensation der Grundplatte gegen Wärmeausdehnung nachweisbare Abweichungen von einigen Zehntel Prozenten ergeben.

Folgendes mag das näher erläutern:

An einem Instrumente für den Meßbereich von 1—2 Amp. (Drahtwiderstand 0,6 Ohm) fand ich am 2. X. 1903: Skalenteil 213,1 entspricht 1,4172 Amp.; aus Beobachtungen vom 22. IX. 1903 ergibt sich durch Interpolation 1,4205 Amp., also ein um 0,0033 Amp. größerer Wert, entsprechend einer Abweichung von 0,23 Proz.

*Empfindlichkeit.* Für einen Skalenabstand von 1 m wandert beim Wachsen der Stromstärke von 1—2 Amp.<sup>1)</sup> fast die ganze Skala durch das Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohres. 1 Skt. (Doppellmm.) entspricht also einer Intensitätszunahme von etwas mehr als 0,002 Amp.; da bequem  $\frac{1}{10}$  Skt. zu schätzen ist, kann man noch Änderungen von 0,0002 Amp. nachweisen.

Zur Bestimmung der *Spannung* kann man ebenfalls Hitzdrahtinstrumente verwenden.

Für die unten mitgeteilten Beobachtungen kam ein Instrument mit zwei Drähten (eingerrichtet für sehr schwache Ströme) zur Verwendung; sein Widerstand beträgt 160 Ohm. Die untere Meßgrenze liegt etwa bei 0,7 Volt, der oberste für die Messungen in Betracht kommende Wert bei 5 Volt. Die Empfindlichkeit des Instrumentes schwankt derartig, daß im unteren Meßbereich 1 Skt. einer 4 m entfernten Skala einer Spannungsänderung von 0,07 Volt, im oberen einer solchen von 0,013 Volt entspricht.

1) Zu 0,9945 Amp. gehört Skalenteil 24,9

„ 20,408 „ „ „ 494,4.

In vielen Fällen gestattet der Versuch aber nur die Anwendung von Instrumenten, welche nach dem Prinzip der Quadrantelektrometer gebaut sind — sogenannte elektrostatische Spannungsmesser.

Als empfindliches Instrument kann für kleine Spannungen von 4 Volt bis aufwärts etwa 35 Volt das von Thomson konstruierte Quadrantelektrometer<sup>1)</sup> benutzt werden, welches bei einem Skalenabstand von 4 m folgende Doppelausschlagwerte  $2\alpha$  gab:

		0,1 Skt. entspricht der Änderung
4 Volt	$2\alpha = 6,5$ Skt.	0,025 Volt
6 „	= 14,4 „	0,018 „
8 „	= 25,7 „	0,014 „
10 „	= 40,4 „	

Für Messungen zwischen 60 und 100 Volt habe ich ein MultizellularInstrument<sup>2)</sup> von Thomson benutzt, welches als Zeigerinstrument eingerichtet, Ablesungen mit der Genauigkeit von  $\frac{1}{10}$  Volt zuläßt, mit Spiegel versehen aber noch erheblich höhere Ablesungsgenauigkeit ergeben würde.

Für Spannungen von 200—1000 Volt, 1000—5000 Volt und 2000—10000 Volt kamen Zeigerinstrumente von Siemens & Halske<sup>3)</sup> zur Verwendung, welche etwa 2 Proz. Genauigkeit in den Ablesungen zulassen.

#### § 4. Resultate der Messungen.

##### a) Die Resonanzkurve.

Die *Resonanzkurve* ist hinreichend bekannt; ich habe daher nur einige orientierende Messungen für den Fall der

1) Mir stand ein von Carpentier ausgeführtes Instrument zur Verfügung. Für die Messung wurde das eine Quadrantpaar und die Nadel an das eine Ende, das andere Quadrantpaar an das zweite Ende des Schwingungskreises geschaltet.

2) Das von Hartmann & Braun ausgeführte Instrument ist dem zuerst von Sir William Thomson nach dem Prinzip des Quadrantelektrometers konstruierten Apparat nachgebildet, die Zahl der an einer Achse montierten Nadeln beträgt 14, welche zwischen einer entsprechenden Anzahl von „Quadranten“ zweckmäßig gekrümmter Form schwingen.

3) Abbildung vgl. u. a J. Stark, Elektrizität in Gasen p. 12. 1903; Siemens & Halske, Lieste 5. p. 539. 1900.

Eigenresonanz vorgenommen. Die Kurven sind hier insofern von den für gekoppelte Systeme gefundenen merklich unterschieden, als sich die nachweisbare Wirkung der Eigenresonanz auf ein Intervall von 70—80 Schwingungen beschränkt, während die für gekoppelte Systeme auf 600—700 Schwingungen verteilt ist.

Ferner ändert sich  $RV$  in diesem Falle um ca. 4 Proz., wenn die Frequenz sich um 90 Schwingungen vom Punkte des Maximums entfernt, während für die Eigenresonanz eine Abweichung von 10 Schwingungen genügt, um  $RV$  ca. 25 Proz. vom Maximum abfallen zu lassen.

Die Resonanzkurve ist also für Eigenresonanz erheblich steiler als die für gekoppelte Systeme und die „Empfindlichkeit“ des Kreises für Resonanzwirkung außerordentlich gesteigert.

Wurde der Ohmsche Widerstand des Kreises künstlich vergrößert und damit die Dämpfung verstärkt, so flachte sich die Resonanzkurve beträchtlich ab. Die Zunahme des Widerstandes von  $0,284$  auf  $0,879 \Omega$  ergab nur noch eine 6 proz. Abnahme von dem zu  $0,879 \Omega$  gehörenden Maximumwerte  $RV$ , wenn die Frequenz sich um 10 Schwingungen änderte. Die Empfindlichkeit für Resonanz nimmt also mit steigender Dämpfung ab, eine Bemerkung, welche schon Helmholtz in seinen Tonempfindungen hervorhebt.

#### b) Bestimmung der Koeffizienten der Selbstinduktion.

Zunächst mußten die Selbstinduktionskoeffizienten der Spulen I—III ermittelt werden.

Für die bei den Versuchen zur Anwendung gelangenden Frequenzen der Schwingung stößt man auf Schwierigkeiten in der Bestimmung der Größe  $L$ , wenn die Drähte so große Querschnitte annehmen, wie ich sie verwendet habe (10 qmm). Zunächst verglich ich die  $L$ -Werte der Rollen mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke mit einem M. Wienschen Normal von  $L = 10^6$ .<sup>1)</sup> Während sich für Rollen aus Drähten bis 0,78 qmm die Vergleichsmessung ohne weiteres durch ein scharf ausgesprochenes Tonminimum ausführen ließ, versagte die Methode, als Rollen aus Draht mit 10 qmm Querschnitt

1) Hergestellt von Siedentopf in Würzburg.

zum Vergleich in die Brücke eingeschaltet wurden. Das Minimum war so verwaschen, daß brauchbare Messungen nicht erhalten werden konnten.

Da der 3,57 mm starke Draht der Versuchsrolle eine Isolation von 2,2 mm besitzt, sind die Drahtachsen ca. 8 mm voneinander entfernt, während bei dem M. Wienschen Normal<sup>1)</sup> der 1,2 mm starke Draht nur eine dünne Umspinnung von Seide hat, so daß die Drahtachsen ca. 1,3—1,4 mm voneinander entfernt sind. Es kommen also zwei erheblich verschieden gestaltete Rollen zum Vergleich.

Für das Nichteintreten eines scharfen Minimums lassen sich zunächst zwei Momente zur Erklärung angeben: 1. kann die, wenn auch kleine Kapazität der Wienschen Spule bei der hohen Frequenz von ca. 2000 Veranlassung zu Schwingungen höherer Frequenzen gewesen sein, und 2. können in den Windungen der Rolle Wirbelströme auftreten; jeder dieser Faktoren würde das Zustandekommen eines scharfen Minimums verhindern. Da es nicht ohne weiteres möglich war, diese Störungen zu beseitigen, die Kenntnis der *L*-Werte aber für die Versuche über Eigenresonanz notwendig war, so habe ich eine andere Methode verwendet, welche die *L*-Werte absolut zu bestimmen gestattet.

Zu diesem Zwecke wurde der Strom der Teslamaschine durch eine verzweigte Leitung geschlossen; der eine Zweig enthielt ein Spiegel-Hitzdrahtinstrument<sup>2)</sup> von 0,655  $\Omega$  Widerstand (bei 1 Amp. Stromdurchgang) nebst einem induktionsfreien Vorschaltwiderstand von 0,594  $\Omega$ ; der andere Zweig enthielt ein zweites Spiegel-Hitzdrahtinstrument von 41,595  $\Omega$  Widerstand, und die Versuchsrolle, deren Widerstand 0,19  $\Omega$  beträgt. Sind nun  $i_1$  und  $i_2$  die Stromstärken,  $w_1$  und  $w_2$  die Ohmschen Widerstände der Zweige,  $L$  der Selbstinduktionskoeffizient des zweiten Zweiges (der des ersten ist = 0), so besteht bekanntlich die Beziehung

$$i_1 w_1 = i_2 \sqrt{w_2^2 + (L 2 \pi n)^2}.$$

1) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 554. 1896.

2) Die Eichung der Hitzdrahtinstrumente geschah mit Hilfe eines Feussnerschen Kompensationsapparates. Die gemessenen Werte sind bis 0,2—0,3 Proz. genau.

Daraus findet man

$$L = \frac{V(\dot{e}_1 w_1)^2 - (\dot{e}_2 w_2)^2}{2\pi n \dot{e}_1} = \frac{V\left(\frac{\dot{e}_1 w_1}{\dot{e}_2}\right)^2 - w_2^2}{2\pi n}.$$

Die Frequenz  $n$  wurde in der Weise auf 3000 gebracht und konstant gehalten, daß ein Zweigstrom der Maschine in ein Telephon geleitet und der Telephonon auf eine Stimmgabel von 3000 Schwingungen mit Hilfe der Schwebungen abgestimmt wurde. Dieser Zustand ließ sich während der Dauer eines Versuches konstant halten.

Auf diese Weise wurden an drei Tagen aus je drei Einzelseinstellungen folgende Werte für  $L$  der aus ca. 100 m des oben genannten Drahtes gewickelten Spule I ermittelt. Die Meßresultate sind in folgenden Werten angegeben:

23. X. 1903	$L = 3,3388 \times 10^6$
25. X. 1903	$L = 3,3346 \times 10^6$
27. X. 1903	$L = 3,3312 \times 10^6$

$$\text{Mittel} = 3,3349 \times 10^6$$

In letzter Zeit ist dann der  $L$ -Wert der gleichen Rolle noch mit Hilfe der Thomson-Kirchhoffschen Formel

$$\frac{1}{n} = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

bestimmt, indem die Rolle nebst einem Glimmerkondensator ( $C = 0,5$  Mikrof.) in den beschriebenen Schwingungskreis eingeschaltet und die für Eigenresonanz notwendige Frequenz in der p. 36 erwähnten Weise ermittelt wurde. Die an zwei verschiedenen Tagen gefundenen Werte sind folgende:

10. XII. 1903	$L = 3,336 \times 10^6$
14. XII. 1903	$L = 3,290 \times 10^6$

$$\text{Mittel} = 3,338 \times 10^6$$

Der ersten Methode ist ohne Zweifel die größere Genauigkeit zuzuschreiben, und die gute Übereinstimmung der Werte zeigt, daß bei sorgfältiger Durchführung der Versuche auf diesem Wege auch bei hohen Frequenzen sehr genaue  $L$ -Werte gefunden werden.

Die Übereinstimmung der durch die beiden gänzlich verschiedenen Methoden gefundenen  $L$ -Werte gewinnt an Interesse



durch eine inzwischen erschienene wichtige Arbeit des Hrn. F. Dolezalek über Präzisionsnormale der Selbstinduktion.<sup>1)</sup>

c) Einfluß der Selbstinduktion auf  $RV$ .

Um den Einfluß der  $L$ -Werte auf  $RV$  festzustellen, werden konstant gehalten  $C = 0,5$  Mikrof. und  $W = 0,98$  bez.  $0,93$  Ohm und  $L$  zwischen  $0,003$  und  $0,03$  Henry geändert.

Tabelle II.  
(Einfluß von  $L$  auf  $RV$ .)

$C = 0,5$  Mikrof.

$L$ in Henry	$W$ in Ohm	$E$ in Volt	$e$ in Volt	$RV$	
0,00322	0,985	89,5	3,773	23,74	H. (11. XII. 1908)
0,00334	0,988	89,5	3,707	24,14	
0,01053	0,984	88,0	2,807	31,34	
0,02037	0,987	66,6	1,691	39,89	
0,03090	0,985	85,3	1,790	47,65	
0,00334	0,914	88,7	3,58	24,77	S. (4. u. 5. II. 1904)
0,01053	0,939	92,2	2,859	32,24	
0,02037	0,945	80,7	2,018	39,99	
0,03090	0,928	85,8	1,737	49,40	

Umgerechnet auf  $W = 0,98$  Ohm.

$L$ in Henry	$RV$		
	H.	S.	Mittel
0,00334	24,60	24,55	24,57
0,01053	32,06	32,35	32,20
0,02037	40,17	40,38	40,27
0,03090	48,61	49,40	49,00

Die Tabellen enthalten 1. die veränderlichen Größen, 2.  $E$  die am Kondensator gemessene Spannung, 3.  $e$  die an den Ankerpolen gemessene primäre Spannung, 4.  $RV = E/e$  die gesuchte Resonanzverstärkung.

Die mit H. bezeichneten Werte sind von meinem Assistenten, die mit S. bezeichneten von mir beobachtet; beide Reihen sind voneinander völlig unabhängig durchgeführt, um den zu erreichenden Grad der Genauigkeit zu zeigen.

1) F. Dolezalek, Ann. d. Phys. 12. p. 1142 ff. 1903.



Ich habe die beiden Reihen für  $RV$  mit Hilfe der Kurve (Fig. 6) auf den Wert 0,93 Ohm umgerechnet und die so erhaltenen Werte zu je einem Mittel vereinigt; diese Werte sind der Kurve (Fig. 4) zugrunde gelegt.

Die Kurve steigt von 0,01 Henry ab nahezu linear auf, während sie bis dahin merklich konkave Krümmung gegen

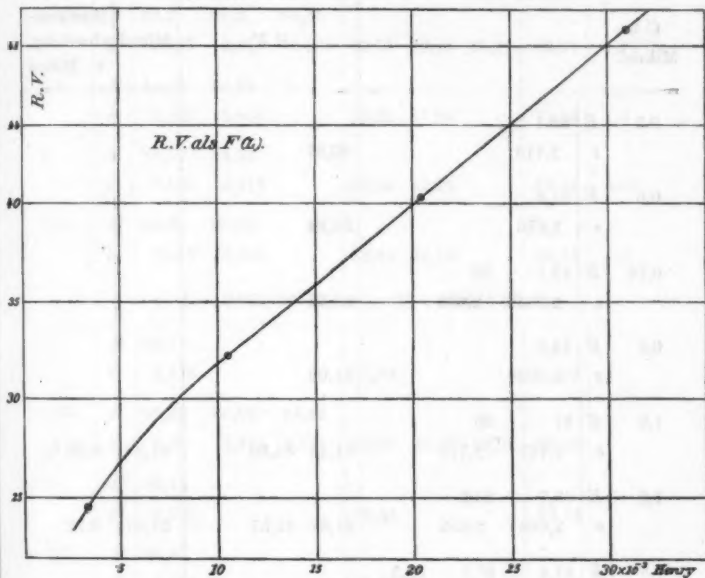


Fig. 4.

die Achse der  $L$  zeigt. Am meisten nähert sich die Kurve, soweit die Beobachtungspunkte bis jetzt erkennen lassen, einer Hyperbel.

#### d) Einfluß der Kapazität auf $RV$ .

Konstant bleiben Widerstand  $W$  und Selbstinduktion  $L$  der Leitung; geändert wird die Kapazität  $C$ . Zur Verfügung standen sechs Glimmerkondensatoren, deren Kapazitätswerte p. 35 angegeben sind.

Die erhaltenen Resultate gibt Tab. IIIa bis IIIc und die Kurve (Fig. 5, p. 46).

Tabelle III.

(Einfluß der Kapazität auf  $R V$ .)a)  $L = 0,00333$  Henry.  $W = 0,2829$  Ohm.

$C$ in Mikrof.				$R V$	Mittel	Maximal- abweichg. v. Mittel
0,5	$E$	88,1				
	$e$	2,718		30,57		
0,6	$E$	81,6				
	$e$	2,646		30,84		
0,75	$E$	83,1	82			
	$e$	2,7048	2,666	30,72		
0,9	$E$	84,0				
	$e$	2,7028		31,09		
1,0	$E$	87	85			
	$e$	2,767	2,715	31,45 31,80	31,37	0,25 %
1,2	$E$	83,7	83,2			
	$e$	2,668	2,635	31,37 31,57	31,47	0,32
1,5	$E$	87,8	87,1 82,5			
	$e$	2,695	2,651 2,582	32,58 32,86 32,52	32,65	0,61
2,0	$E$	81,95				
	$e$	2,465			33,25	
2,5	$E$	84,92				
	$e$	2,455			34,57	
3,0	$E$	85,52				
	$e$	2,453			34,85	
3,5	$E$	87,7				
	$e$	2,457			35,70	

b)  $L = 0,001498$  Henry.  $W = 0,207$  Ohm.

$C$ in Mikrof.					$R V$	Mittel	Maximal- abweichg. v. Mittel
2	$E$	83,2	81,2	84,45			
	$e$	2,537	2,477	2,536	32,75 32,78 33,29	32,91	1,15 %
2,5	$E$	84,59	84,92				
	$e$	2,547	2,658		33,22 31,96	32,59	1,9
3	$E$	85,72	84,32				
	$e$	2,609	2,612		32,84 32,28	32,56	0,86
3,5	$E$	82,9	83,82				
	$e$	2,517	2,606		32,94 32,16	32,55	1,2

c)  $L = 0,001498$  Henry.  $W = 0,2916$  Ohm.

1,5	$E$	86,7					
	$e$	2,872			27,52		27,52
1,75	$E$	85,22	85,02	84,42			
	$e$	2,88	2,875	2,821	29,50 29,56 29,92		29,66
2	$E$	86,12					
	$e$	2,925			29,44		29,44
2,5	$E$	84,32					
	$e$	2,906			29,03		29,03
3	$E$	80,71					
	$e$	2,801			28,81		28,81
3,5	$E$	81,01	90,8				
	$e$	2,867	3,211		28,26 27,89		28,07

Der Einfluß der Kapazität ist nach diesen Beobachtungen bei verschiedenen  $L$ -Werten verschieden. Bei dem größeren  $L$ -Werte steigen die  $R V$ -Werte mit zunehmender  $C$  ständig. Die für einen kleineren  $L$ -Wert geltende Tabelle IIIa zeigt dagegen für  $R V$  ein zwischen 1,75 und 2,0 Mikrof. liegendes Maximum.

Es ergeben somit die Beobachtungen ein *verwickeltes Gesetz der Abhängigkeit  $R V$  von der Größe der Kapazität des Leitungskreises.*

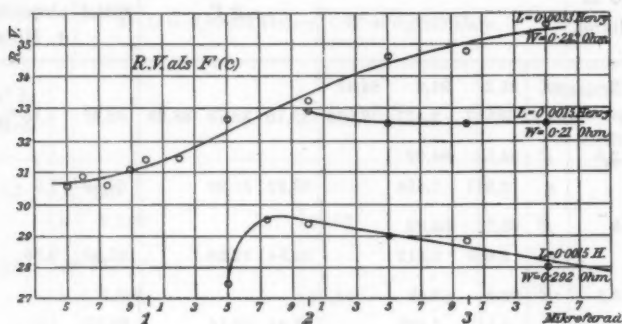


Fig. 5.

Um die Frage mit Nutzen weiter verfolgen zu können, müssen zunächst die Beobachtungen der  $R V$  für die Stromintensität durchgeführt werden.

### c) Einfluß des Widerstandes auf $R V$ .

In dem oben beschriebenen Leitungskreise sind Zuleitungsdrähte und der Draht der Induktionspule so gewählt, daß der Ohmsche Widerstand möglichst klein ausfällt.

Es beträgt:

Der Widerstand für Maschinenanker + Zuleitung zum Umschalter + Anschlußdrähte . . . . .	0,0907 $\Omega$ 1)
Der Widerstand der Induktionsrolle für 0,008 835 Henry	0,1907 $\Omega$

$$\text{Gesamtwiderstand} = 0,2814 \Omega$$

Durch diesen kleinen  $W$ -Wert ist die Joulewärme und damit die Dämpfung nach Möglichkeit verringert und die Resonanzverstärkung entsprechend begünstigt.

Um den Einfluß des Widerstandes auf  $R V$  zu untersuchen, wurde der Widerstand durch Zufügung entsprechender Drahtlängen stufenweise vergrößert. Zur Verwendung kamen Widerstände aus Manganin und Platiniridium; letztere wesentlich

1) Gemessen bei 1 Amp. Stromstärke.

zum Zwecke der Kontrolle, da sich möglicherweise der geringe Nickelgehalt des Manganin störend erweisen konnte. Die hinreichend übereinstimmenden Werte beider Reihen schließen eine derartige Störung aus.

Tabelle IV.

(Einfluß des Widerstandes auf  $R V$ .)

Manganin.

 $L = 0,008335$  Henry.  $C = 1,5$  Mikrof.

$W$ in Ohm	$E$ in Volt	$e$ in Volt	$R V$	$R V$ ber. 1)
0,285	90,5	2,847	31,79	31,60
0,405	82,52	2,880	29,16	29,22
0,501	78,91	2,840	27,78	27,45
0,954	91,8	4,110	22,34	21,86
1,714	67,6	4,125	16,89	16,47
2,198	59,0	4,114	14,86	14,07
2,757	50,7	4,125	12,29	—

Die Werte der Tabelle sind graphisch in Fig. 6 dargestellt.

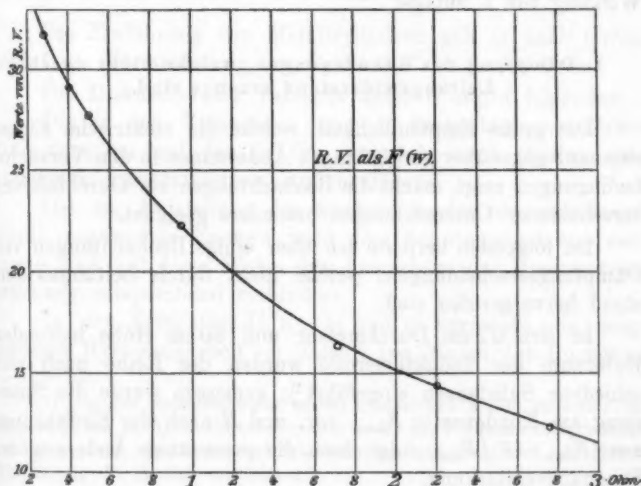


Fig. 6.

1) Erhalten durch Interpolation aus der graphischen Darstellung der für den Pt-Ir-Draht gefundenen Werte.

Die Abnahme der  $RV$ -Werte mit wachsendem  $W$  erfolgt nach einem nahezu parabolischen Gesetze:

$$(a - RV)^2 = b \cdot w^2,$$

wo  $a$ ,  $b$  und  $p$ ,  $q$  Konstante sind und  $p/q$  nahezu gleich 2 gesetzt werden kann.

Um die Dämpfung zahlenmäßig exakt auszudrücken, reicht aber die Beobachtung des Widerstandes allein noch nicht aus; denn die in der Zeit 1 entwickelte Joulewärme ist durch  $i^2 \times w$  gemessen. Es ist also noch die Messung der Stromstärke erforderlich, um die durch den Leitungswiderstand veranlaßte Energieabgabe der Schwingungen vollständig darzustellen.

Voraussichtlich werden die Messungen von  $RV$  für die Stromstärke die durch die bisherige Untersuchung noch nicht geklärten Punkte besonders das Zusammenwirken von Kondensanz und Induktanz aufhellen; der gegenseitige Einfluß beider tritt besonders deutlich in den Kurven (Fig. 5) über die Wirkung von  $C$  zutage.

f) Dämpfung der Schwingungen, welche nicht durch Leitungswiderstand erzeugt sind.

Die große Empfindlichkeit, welche die elektrische Eigenresonanz gegenüber geringfügigen Änderungen in den Versuchsbedingungen zeigt, macht die Beobachtungen zur Durchführung verschiedener Untersuchungen besonders geeignet.

Im folgenden berichte ich über einige Beobachtungen von Dämpfungserscheinungen, welche nicht durch Leitungswiderstand hervorgerufen sind.

In den 12 cm Durchmesser und 30 cm Höhe haltenden Hohlraum der Induktionsrolle wurden der Reihe nach verschiedene Substanzen eingeführt<sup>1)</sup>; gemessen wurde die Spannung am Kondensator  $E_{\max}$  vor, und  $E$  nach der Einführung; aus  $(E_{\max} - E)/E_{\max}$  folgt dann die prozentuale Änderung der Resonanzverstärkung.

1) Konstanten des Schwingungskreises

$L = 0,008335$  Henry,  $C = 1,41$  Mikrof.,  $n = 2340$ .

Von den bisher durchgeführten Versuchen sollen zunächst folgende mitgeteilt werden; über weitere Beobachtungen denke ich noch ausführlicher zu berichten.

I. Einführung von Spulen.

Einfache Spule aus 23 Windungen (1 Lage): Durchmesser der Windungsfläche = 7 cm.

	$E$	$E_{\max.}$	Abnahme $RV$
Enden offen . . . . .	Keine Wirkung		
Enden geschlossen . . . . .	50 Volt	94,5 Volt	47,2 %
Enden geschlossen und die Windungen eng zusammengedrückt . . . . .	68 "	95 "	33,6
Nach Wiederherstellung der Resonanz <sup>1)</sup>	73,8 "	94,8 "	22,2

II. Einführung von ca. 37 cm langen Drähten.

	$E$	$E_{\max.}$	Abnahme $RV$
a) Eisen 1 mm stark (2,115 g) . . . . .	83 Volt	94,4 Volt	12,1 %
b) Eisen 0,4 mm stark (0,865 g) . . . . .	91 "	95,5 "	4,2
c) Manganin <sup>2)</sup> 2,5 mm stark . . . . .	94,1 "	95,1 "	1
d) Kupfer <sup>3)</sup> 5 mm stark . . . . .	94 "	95 "	1

Die Einführung von Metallzylindern gab je nach Größe und Lage Verminderung der Größe  $RV$  bis zu 56 Proz.

Die Diskussion der Versuche unter f) ergibt folgendes:

Die in den Versuchen unter I. beobachtete verstärkte Dämpfung ist auf den in den eingeschobenen Spulen entstehenden Induktionsstrom zurückzuführen.

Die zur Entstehung des Stromes in der eingeschobenen Spule notwendige Energie wird dem Schwingungskreise entzogen und auf diese Weise das Anwachsen der Resonanzverstärkung entsprechend verhindert.

In den Versuchen II. a), b) und c) veranlaßt die magnetische Hysteresisarbeit im Eisen<sup>4)</sup> bez. Nickel den Rückgang

1) Um den Resonanzpunkt wieder einzustellen mußte entweder die Kapazität um ca. 0,037 Mikrof. vermehrt oder die Frequenz entsprechend erhöht werden. Die Induktanz des Schwingungskreises wird also durch Einführung der Spulen verkleinert.

2) Enthält 4 Proz. Nickel.

3) 120 cm lang, dreimal umgebogen, so daß vier Längen à 30 cm eng nebeneinander liegen.

4) G. Wiedemann, Lehre von der Elektrizität 4. p. 523. 1898.

von  $RV$ , da hierdurch ein Teil der Schwingungsenergie verbraucht wird.

Die bei den Metallzylindern beobachtete Verminderung von  $RV$  verdankt ihre Entstehung lediglich den Wirbelströmen.

Diese Untersuchungen ergeben somit eine sehr empfindliche Methode, die Verteilung der magnetischen Kraftlinien um eine elektrische Schwingungen aufnehmende Induktionsrolle zu verfolgen. Sie gestatten ferner schnell und genau die Hysteresisarbeit zu messen und ihre Abhängigkeit von Kraftliniendichte, Frequenz etc. aufzusuchen; eine Aufgabe, welche durch eine soeben erschienene Arbeit erhöhte Bedeutung gewinnt.<sup>1)</sup> Es dürfte die Ausdehnung der hier ange deuteten Beobachtungen auf die von Hrn. Fr. Heusler entdeckten Legierungen unmagnetischer Metalle mit ferromagnetischen Eigenschaften wünschenswerte Beiträge liefern zur Klärung dieses interessanten Gebietes.

Man ersieht aus den dargestellten Versuchen, daß die Beobachtung von  $RV$  in empfindlicher Weise feststellen läßt, ob an irgend einer Stelle des Leitungskreises Umformung der elektrischen in eine andere Energieform oder, anders gesagt, Absorption stattgefunden hat.

Halle a. S., 16. Februar 1904.

1) Über die ferromagnetischen Eigenschaften von Legierungen unmagnetischer Metalle von Fr. Heusler und — unter Mitwirkung von F. Richarz — von W. Starck und E. Haupt, Marburg 1904.

(Eingegangen 17. Februar 1904).

ANM. bei der Korrektur. Ich ersehe aus dem soeben erscheinenden Werke von Heinke, Handbuch der Elektrotechnik I, 2 p. 29, daß Hr. Heinke 1897 und vor ihm Hr. Feldmann 1892 Untersuchungen an Resonanzkreisen zur Bestimmung von  $RV$  unternommen haben. Da beide gewöhnliche Wechselströme ( $n = 50-80$ ) benutzten, war die Anwendung von Induktionsspulen mit Eisenkern und erheblichem Ohmschen Widerstand geboten. Hierdurch treten beträchtliche Energieverluste auf, welche die  $RV$  sehr herabdrücken — Feldmann erhielt nur den 4 fachen, Heinke nur den 22,4 fachen Betrag —; durch die damit verbundenen Komplikationen wird gleichzeitig die Erkenntnis der gesetzmäßigen Beziehungen erheblich erschwert, wenn nicht unmöglich gemacht.



**3. Über den Einfluß der Torsion  
auf das magnetische Moment zirkular magneti-  
sierter Nickel- und Eisendrähte;  
von H. Gerdien.**

(Auszug aus der Göttinger Inaugural-Dissertation, 1903.)

**Einleitung.**

Von den physikalischen Eigenschaften stark magnetischer Metalle, die sich an Drähten als Wechselwirkungen der longitudinalen und zirkularen magnetischen Feldstärke und Magnetisierung, der Längsdehnung und Torsion der Beobachtung darbieten, sind bisher untersucht worden:

1. die Magnetostriktion im longitudinalen und zirkularen Felde;<sup>1)</sup>
2. die longitudinale und zirkulare Magnetisierung gedehnter und tordierter Drähte im longitudinalen Felde;<sup>2)</sup>
3. die longitudinale Magnetisierung tordierter Drähte im zirkularen oder gleichzeitig zirkularen und longitudinalen Felde.<sup>3)</sup>

Während für die beiden erstgenannten Erscheinungsgruppen schon ein fast lückenloses Beobachtungsmaterial vor-

1) G. Wiedemann, *Elektrizität*, 3. p. 688. 1895; G. Wiedemann, *Pogg. Ann.* 103. p. 571. 1858; l. c. 106. p. 161. 1859; S. Bidwell, *Proc. Roy. Soc.* 40. p. 109 u. 257. 1886; l. c. 47. p. 469. 1890; S. Bidwell, *Phil. Trans.* p. 205. 1888; J. A. Ewing, *Magn. Ind. in Eisen u. verw. Metallen*, Deutsche Ausg., p. 225 u. ff.; P. Drude, *Wied. Ann.* 63. p. 9. 1897.

2) G. Wiedemann, *Elektrizität*, 3. p. 671 u. ff.; L. Zehnder, *Wied. Ann.* 41. p. 210. 1890; L. Zehnder, *Wied. Ann.* 38. p. 68. 1889; H. Nagaoka, *Journ. Coll. of Science, Imperial Univ. of Japan* 3. p. 385. 1890; H. Nagaoka, *Wied. Ann.* 53. p. 481. 1894; J. A. Ewing, *Magn. Ind. in Eisen u. verw. Metallen*, Deutsche Ausg., p. 216, 219—225.

3) G. Wiedemann, *Elektrizität* 3. p. 680; G. Wiedemann, *Wied. Ann.* 27. p. 376. 1886; J. A. Ewing, *Magn. Ind. in Eisen u. verw. Metallen*, Deutsche Ausg., p. 214.

liegt und die Experimental-Untersuchungen sich bis in die neueste Zeit hinein erstrecken, ist die Kenntniss der letztgenannten Phänomene noch wenig ausgedehnt und seit der ersten Erforschung dieses Gebietes durch G. Wiedemann nicht mehr wesentlich erweitert worden; ihm gebührt auch das Verdienst, nachdrücklich auf die Bedeutung der magnetisch-elastischen Wechselwirkungen für eine Theorie des Magnetismus hingewiesen zu haben. Wenn es auch bisher noch nicht gelungen ist, aus den merkwürdigen, von ihm erkannten Analogien zwischen Torsion und Magnetisierung neue, der experimentellen Prüfung zugängliche Folgerungen zu ziehen, so wird man doch nicht versäumen dürfen, bei Aufstellung einer neuen Theorie des Magnetismus sich dieser Beziehungen zu erinnern. Das Arbeitsfeld wurde soweit begrenzt, daß Nickel- und Eisendrähte verschiedenen Durchmessers in reinem zirkularen Magnetfelde, ohne jede longitudinale Feldstärke, allein der zyklischen Torsion, ohne longitudinalen Zug unterworfen wurden. Die Erweiterung der Versuchsbedingungen entsprechend den Arbeiten von Zehnder und Nagaoka über die Wechselwirkung von longitudinalem Felde, Torsion und Zug steht demnach noch aus.

Von den beiden zur Verfügung stehenden Untersuchungsmethoden, der ballistischen und der magnetometrischen, konnte nur letztere in Betracht kommen, da auch langsame Änderungen des magnetischen Moments beobachtbar sein sollten und das Eintreten zyklischer Änderungen des Moments bei zyklischer Torsion durch die magnetometrische Methode sicherer festgestellt werden kann, als durch die ballistische, die nur die Änderungen zu summieren gestattet, nicht aber den zu jeder Zeit bestehenden Zustand angibt.

Bei der experimentellen Anordnung wurde besonderer Wert darauf gelegt, das Meßinstrument vor äußeren magnetischen Störungen zu schützen und zugleich seine Empfindlichkeit einer jederzeit leicht ausführbaren Kontrollmessung unterziehen zu können. Erstere Aufgabe wurde dadurch erleichtert, daß die Größe der zu beobachtenden magnetischen Momente die Benutzung eines hochempfindlichen Magnetometers nicht erforderlich machte.

## Versuchsanordnung.

Als Meßinstrument bewährte sich eine einfache permanent magnetisierte Stahlnadel, die an einem Quarzfaden in der Horizontalebene frei drehbar aufgehängt war. Für die Orientierung der Nadel und des Versuchsdrahtes waren folgende Überlegungen maßgebend. Durch die Forderung, daß der untersuchte Draht im longitudinalen Felde  $R = 0$  ausgespannt sein sollte, war seine Lage in der magnetischen Ost-West-Richtung bestimmt; zur Messung des Momentes kann dann die Magnetometernadel am besten in der Horizontalebene des Drahtes und zwar „in erster Hauptlage“ angeordnet werden. Es kamen somit von Störungen, die durch Änderungen der Elemente des Erdmagnetismus veranlaßt werden, nur die Variationen der Horizontalintensität und der Deklination in Betracht. Bei der Lage der Nadel in der Nähe des magnetischen Meridians kommen die an sich sehr kleinen Variationen der Horizontalintensität nicht merklich zur Geltung, sofern die Ablenkungen der Nadel aus der Nord-Südrichtung nur klein bleiben. Größere Störungen kann eine Änderung der Richtung der erdmagnetischen Horizontalkomponente hervorrufen, die sich um so schwieriger berücksichtigen lassen, als die Ablesung eines in entsprechender Entfernung von dem Magnetometer aufgestellten Deklinations-Variometers in einem von großen Eisenmassen vielfach durchsetzten Gebäude nicht unbedingt die zur Korrektur der Ruhelage der Magnetometernadel notwendigen Winkelwerte liefert. In einem Raume, innerhalb dessen sich dem Felde des Erdmagnetismus örtlich und zeitlich mit der Temperatur variierende Feldstärken lokalen Ursprungs überlagern, kann man das Variometer nur als ein Instrument benutzen, das anzeigt, ob zur Zeit der Beobachtung merklich ruhige magnetische Witterung herrscht, oder nicht. Will man das Magnetometer von Deklinations-Variationen möglichst unabhängig machen, so genügt es, dem Aufhängefaden ein im Verhältnis zur Richtkraft des Erdmagnetismus beträchtliches Torsionsmoment zu geben. Dadurch wird gleichzeitig die Empfindlichkeit des Magnetometers gegen vorübergehende lokale Störungen herabgemindert; natürlich würde auch die Empfindlichkeit des Instruments für Meßzwecke entsprechend

kleiner werden, wollte man die gebräuchlichen großen Abstände des Versuchsdrahtes vom Magnetometer beibehalten; man muß also durch genügende Annäherung des zu untersuchenden Drahtes die Empfindlichkeit des Magnetometers zu erhöhen suchen. Dieses Verfahren schließt allerdings die gewöhnliche Beobachtungsmethode der Nadelablenkungen aus<sup>1)</sup>, da es nicht erlaubt ist, in Entfernungen des Drahtes, die vergleichbar sind mit den Dimensionen der Magnetometernadel, bei der Berechnung der gemessenen Momente einfach das Potential der Magnetometernadel als das eines Polpaares zu behandeln. Man darf bei kleinen Entfernungen nur mit konstant erhaltener Konfiguration des Systems arbeiten, muß also die Magnetometernadel durch meßbare Kräfte in die unabgelenkte Lage zurückführen; als einfachstes Mittel zur Erreichung dieses Zieles stellt sich die Kompensation durch Tordieren des Aufhängfadens dar. Von magnetischen Störungen bleiben somit nur noch solche lokalen Ursprungs wirksam, die eine beträchtliche Komponente senkrecht zur Drehungsachse und zur magnetischen Achse der Nadel geben; diese lassen sich nicht beseitigen und zwingen dazu, die Beobachtungen während der Abend- und Nachtstunden anzustellen und vorkommendenfalls während der Dauer der Störungen, die sich bei mäßig gedämpftem Nadelsystem leicht bemerkbar machen, einfach zu unterbrechen. Auch die mechanischen Erschütterungen, die infolge der Nähe einer verkehrsreichen Straße bei Tage die Ablesung oft minutenlang unmöglich machten, waren in den Nachtstunden nur selten und vorübergehend fühlbar.

Die experimentelle Anordnung, die sich im Laufe der Vorversuche bewährt hatte, ist in der Dissertation ausführlich beschrieben.

#### Arbeitsplan und Beobachtungsmethode.

Die bei den orientierenden Versuchen<sup>1)</sup> gesammelten Erfahrungen wurden zur Aufstellung des folgenden Planes für die definitiven Versuchsreihen verwendet.

1) Vgl. den Abschnitt: „Theoretisches zur Versuchsanordnung“ der Dissertation.

2) Die Vorbereitung der Drähte für die definitiven Messungen ist in dem Abschnitt „Vorversuche“ der Dissertation beschrieben.

Nachdem der Versuchsdraht unter den in der Dissertation erörterten Vorsichtsmaßregeln gestreckt, eingespannt und gegläht worden war, wurde er zunächst bei *kleinem* Torsionsintervall in verschiedenen zirkularen Feldstärken untersucht. Dann wurde bei den folgenden Versuchsreihen das Torsionsintervall bis zu dem bei den Vorversuchen für die betreffende Drahtsorte ermittelten zulässigen Maximalwerte gesteigert unter Beibehalten einer Einheitsfeldstärke des zirkular magnetisierenden Stromes, dessen Intensität so klein gewählt war, daß durch ihn die Drähte geringsten Querschnitts, die zur Untersuchung bestimmt waren, noch keine merkliche Erwärmung erfuhren. Nach Erreichen des Maximalwertes für das Torsionsintervall wurde dasselbe wieder bis zu den Ausgangswerten verringert, wobei in allen Versuchsreihen die gleiche Feldstärke zur Verwendung kam; bei einzelnen Versuchsreihen wurden für das maximale Torsionsintervall außer der Einheitsfeldstärke noch andere Feldstärken benutzt. Durch diese Anlage des Arbeitsplanes war es ermöglicht, die Wechselwirkung von Torsion und zirkularer Magnetisierung zunächst am weichen Drahte, dann die Änderung der Erscheinungen bei dem Übergange zu torsionshartem Material und schließlich die Eigenschaften des torsionsharten Drahtes zu studieren. Für gleichartige Drähte von anderem Querschnitt wurde ebenfalls eine Anzahl Versuchsreihen mit der Einheitsstromstärke und für solche Werte des Torsionsintervalls angestellt, die zum Teil schon bei anderen Drahtstärken untersucht waren, so daß sowohl für Nickel als auch für Eisen eine Serie von Versuchsreihen mit gleicher Stromstärke und gleichem Torsionsintervall geschaffen wurde, welche die Abhängigkeit der untersuchten Erscheinungen von dem Durchmesser und dem Material der Drähte hervortreten ließ.<sup>1)</sup>

## Diskussion der Resultate.

### Qualitatives.

Die Wechselwirkung von zirkularer Magnetisierung und Torsion bei Nickel- und Eisendrähnen folgt dem einfachen qualitativen Gesetz:

1) Die Beobachtungsmethode und Verwertung des Materiales ist in der Dissertation an dem Beispiel einer vollständigen Versuchsreihe erläutert.

Bei zirkular magnetisierten *Nickeldrähten*<sup>1)</sup> erzeugt die Torsion zur Rechtsschraube eine dem magnetisierenden Strome *entgegengerichtete* longitudinale Magnetisierung; bei zirkular magnetisierten *Eisendrähten* erzeugt die Torsion zur Rechtsschraube eine dem Strome *gleichgerichtete* longitudinale Magnetisierung.<sup>2)</sup>

#### Nickeldraht. Begleiterscheinungen.

Der quantitativen Verwertung der erhaltenen Resultate muß die Erörterung einiger Phänomene vorausgeschickt werden, die sich als allgemeine Begleiterscheinungen der Wechselwirkung von Magnetisierung und elastischer Beanspruchung darstellen und vorerst einfache quantitative Gesetze nicht erkennen lassen. In den Diagrammen sind die an der Trommelteilung des Torsionskopfes eingestellten Torsionswinkel des Versuchsdrahtes (46,5 cm lang) als Abszissen, als Ordinaten die in den zusammengehörigen Versuchsreihen  $+0,8$  Amp. (ausgezogene Kurve) und  $-0,8$  Amp. (gestrichelte Kurve) erhaltenen Magnetometerangaben aufgetragen; diese sind auf Bogenminuten des im Sinne des Uhrzeigers negativ gerechneten, von der Ruhelage der Nadel aus gezählten Kompensationswinkels abgerundet. —

Beginnen wir mit den an *Nickeldrähten* erhaltenen Resultaten, so ist zunächst aus den Diagrammen unmittelbar ersichtlich, daß der Wert, den das Moment innerhalb einer einzelnen Versuchsreihe für einen bestimmten Torsionswinkel annimmt, bei Torsion im allgemeinen ein anderer ist als bei Detorsion; das Moment ist also innerhalb eines Torsionszykels keine eindeutige Funktion des Torsionswinkels. Inwiefern diese Abhängigkeit des Moments von dem Torsionssinn beeinflußt wird durch die Größe des Torsionsintervalls, soll weiter unten dargelegt werden, nachdem wir eine andere, ebenfalls mit dem Torsionsintervall variierende Erscheinung untersucht

1) G. Wiedemann, l. c.

2) Die untersuchten Nickel- und Eisendrähte waren von E. Merck in Darmstadt bezogen; die ursprünglich beabsichtigte Ausdehnung der Untersuchung auf Kobalt mußte unterbleiben, da Kobaltdraht, wie die Anfrage bei den in Betracht kommenden Firmen (E. Merck, Darmstadt; C. A. F. Kahlbaum, Berlin; W. C. Heräus, Hanau; Hartmann und Braun, Frankfurt a. M.; Johnson und Matthey, London E. C. Hatton-Garden) ergab, im Handel zur Zeit nicht erhältlich ist.

haben werden, die anscheinend auf Nebenwirkungen zurückzuführen ist und als Komplikation, die den Überblick über die wesentlichen Eigenschaften der Wechselwirkung von zirkularer Magnetisierung und Torsion erschwert, zunächst aufgeklärt und eliminiert werden muß.

Bei Betrachtung der für die Stromstärke 0,8 Amp. an dem Nickeldraht von 1,5 mm Dicke bei kleinen Torsionsintervallen erhaltenen Diagramme<sup>1)</sup> fällt sofort auf, daß die für eine Stromrichtung geltenden Kurvenzüge eine asymmetrische Lage zur Nulllinie des Moments in einem Sinne, die für die entgegengesetzte Stromrichtung geltenden eine entsprechende asymmetrische Lage im andern Sinne zeigen (vergl. Diagramm A). Diese Asymmetrie nimmt mit wachsenden Torsionsintervallen ab; sie ist merklich unabhängig von dem Sinne, in welchem die Torsionszyklen durchlaufen werden, wie die für entgegengesetzte Umlaufungsrichtungen aufgenommenen Diagramme der Dissertation erkennen lassen.

Bei steigenden Torsionsintervallen verschwindet diese Asymmetrie mehr und mehr (vergl. Diagramm B), tritt aber im entgegengesetzten Sinne auf, sobald man auf die Schar der Versuchsreihen mit wachsenden Torsionsintervallen wieder eine Versuchsreihe mit erheblich verringertem Torsionsintervall folgen läßt (vergl. Diagramm C). Sie tritt ebenfalls im entgegengesetzten Sinne wie bei steigenden Torsionsintervallen auf, wenn man nach Erreichen des maximalen Torsionsintervalles wieder von Stufe zu Stufe das Torsionsintervall verkleinert und zeigt eine Zunahme mit der Abnahme des Torsionsintervalls, nur ist ihr Betrag bei stufenweise verringerten Intervallen nicht so erheblich, als wenn man von einem großen Torsionsintervall unvermittelt zu einem beträchtlich kleineren übergeht. Untersucht man diese Erscheinung der Asymmetrie bei verschiedenen zirkularen Feldstärken

Versuchsreihe A.

Torsionsintervall:  $30^\circ$ .

1,5 mm Ni-Draht 0,8 Amp.



1) Von den 40 Diagrammen der Dissertation sind hier nur die typischen aufgenommen.

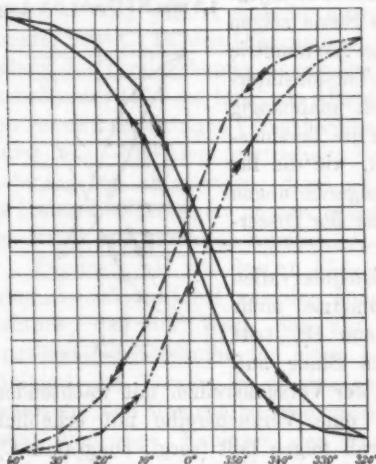


innerhalb des gleichen Torsionsintervalls, so zeigt sich, daß dieselbe nicht merklich von der Feldstärke abhängt.

Neben dieser Asymmetrie der Lage zeigen die Kurven auch eine Asymmetrie der Gestalt; die Kurven sind an den Torsionen zur Rechtsschraube bez. Linksschraube entsprechenden Spitzen ungleich ausgebildet derart, daß die Zunahme und Abnahme des Moments kurz vor und kurz nach dem Erreichen des extremen Torsionswinkels bei Torsionen entgegengesetzten Vor-

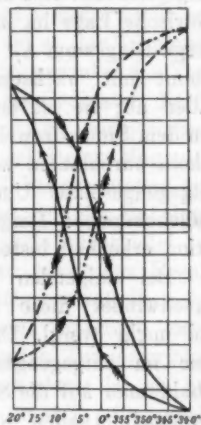
Versuchsreihe B.

1,5 mm Ni-Draht 0,8 Amp.  
Torsionsintervall 80°.



Versuchsreihe C.

1,5 mm Ni-Draht 0,8 Amp.  
Torsionsintervall 40°.



zeichens mit ungleicher Geschwindigkeit erfolgt. Regelmäßig zeigt das Moment in der Nähe derjenigen Spitzen, die infolge der Asymmetrie der Lage sich in *größerem* Abstände von der Nulllinie des Moments befinden, *langsamere* Änderung als in der Nachbarschaft der *näher* an der Nulllinie gelegenen Spitzen. Die Asymmetrie der Gestalt zeigt einen ähnlichen Verlauf bei Änderung des Torsionsintervalls wie die Asymmetrie der Lage; sie ist am stärksten entwickelt bei kleinen Torsionsintervallen (vergl. Versuchsreihe A), nimmt ab mit wachsendem Torsionsintervall (vergl. Versuchsreihe B), um dann bei großen Torsions-



intervallen fast vollständig zu verschwinden. Sie ist ebenfalls merklich unabhängig von der Umlaufungsrichtung des Torsionszykels. Nachdem die Asymmetrie der Gestalt für große Torsionsintervalle unmerklich geworden war, tritt sie bei unvermittelter Verringerung des Intervalls wieder deutlich auf, nur findet jetzt die *schnelle* Änderung des Moments bei demjenigen Vorzeichen des Torsionswinkels statt, für welches bei *wachsenden* Torsionsintervallen die *langsame* Änderung sich zeigte (vergl. Versuchsreihe C). Verringert man nach Erreichen des maximalen Wertes das Torsionsintervall wieder von Stufe zu Stufe, so macht sich auch jetzt, wenn auch nicht so deutlich wie bei unvermittelter Verkleinerung die Asymmetrie der Gestalt bemerkbar — und zwar wieder im entgegengesetzten Sinne wie bei steigenden Torsionsintervallen; von der zirkularen Feldstärke scheint sie ebenso wenig abhängig zu sein wie die Asymmetrie der Lage. Beide Erscheinungen sind nicht als typische zu betrachten, die qualitativ und quantitativ bei übrigens gleichen Nickeldrähten in gleicher Weise auftreten; sie sind vielmehr als Begleiterscheinungen anzusehen, die, bedingt durch vorläufig unbekannte Nebenumstände, sich bei der Wechselwirkung von zirkularer Magnetisierung und Torsion bald in stärkerem, bald in schwächerem Grade einstellen. Anscheinend besteht eine Regel nur insofern, als übereinstimmend bei allen untersuchten Drähten die *absoluten Maxima* und die *langsamen Änderungen* des Moments miteinander verbunden und bei wachsenden und abnehmenden Torsionsintervallen für Torsionswinkel entgegengesetzten Vorzeichens auftreten.

#### Ursache der Begleiterscheinungen.

Als Ursache dieser Begleiterscheinungen könnte zunächst ein longitudinales Magnetfeld in Frage kommen; ein solches läßt sich in praxi nur schwierig vollkommen ausschließen — sicher ist nur, daß bei der sorgfältigen Orientierung der Versuchsdrähte senkrecht zur magnetischen Meridianebene nur eine äußerst kleine longitudinale Feldkomponente wirksam gewesen sein kann. Ein longitudinales Magnetfeld von merklicher Stärke würde den Verlauf des Moments bei Durchlaufen eines Torsionszykels insofern ändern, als sich den Erscheinungen der Wechselwirkung von *zirkularem* Magnetfelde und Torsion die-

jenigen der Wechselwirkung von *longitudinalem* Felde und Torsion überlagern würden — wenn man sekundäre Wechselwirkungen, die möglich wären, jedenfalls aber bei kleinen longitudinalen Feldern für rein qualitative Betrachtungen außer acht gelassen werden können, unberücksichtigt läßt. Nun ist, wenn man von den durch Hysteresis und verwandte Erscheinungen verursachten Komplikationen absieht, das Moment bei der Wechselwirkung von Torsion und *zirkularem* Felde eine *ungerade* Funktion, bei der Wechselwirkung von *longitudinalem* Felde und Torsion eine *gerade* Funktion des Torsionswinkels; es würde also durch Superposition beider Wirkungen ein Verlauf des Moments entstehen, wie ihn die erhaltenen Diagramme zeigen, — nur würden die bei entgegengesetzt gerichteten zirkularen Feldern erhaltenen Kurvenzüge bei *gleicher* Richtung des longitudinalen Feldes auch in *gleicher* Richtung verschoben und in *gleichem* Sinne deformiert sein müssen. Ein solcher Verlauf des Moments wurde während der Vorversuche solange erhalten, als die Orientierung der Versuchsdrähte senkrecht zur magnetischen Meridianebene nur mangelhaft durchgeführt war; jede einseitige Verschiebung und Deformation der Diagramme verschwand aber, sobald nach Verbesserung der Orientierung eine merkliche longitudinale Feldstärke ausgeschlossen wurde. Aus dieser Erfahrung und aus dem Umstande, daß die Asymmetrie der Lage und der Gestalt bei den für entgegengesetzt gerichtete zirkulare Felder erhaltenen Kurven sich in entgegengesetztem Sinne geltend macht, darf geschlossen werden, daß diese Erscheinungen nicht durch ein longitudinales Magnetfeld hervorgerufen werden. — Aufklärung erhält man durch die Betrachtung der eigentümlichen Abhängigkeit dieser Erscheinungen von den Änderungen des Torsionsintervalls. Nimmt man nach W. Thomson<sup>1)</sup> als Ursache der bei den Wechselwirkungen von Torsion und Magnetfeld auftretenden Erscheinungen die „magnetische Äolotropie“ an, welche durch die Zug- und Druckspannungen, die bei der Torsion im Drahte entstehen, hervorgerufen wird, so bietet sich folgende Erklärung für die Asymmetrie der Lage und der Gestalt. Zyklisch variierende Torsionen bedingen zyklische und symmetrisch zur Torsion Null gelegene

1) W. Thomson, Reprint of Papers, 2. p. 374.

Zug- und Druckspannungen nur solange, als bei dem Hin- und Hertordieren die Deformationen merklich elastische bleiben; sobald die Deformationen dauernde werden, geht der Draht in den „torsionsharten“ Zustand über — nach einigen vorbereitenden Torsionszykeln wird für jedes neue Torsionsintervall wieder ein zyklischer Verlauf der Zug- und Druckspannungen erreicht, nur liegt das System der Spannungen jetzt nicht mehr notwendig symmetrisch zum Torsionswinkel Null. Die Asymmetrie der Zug- und Druckspannungen wird von der Art abhängen, in welcher der Draht den neuen, dem betreffenden Torsionsintervallentsprechenden torsionsharten Zustand erreichte; offenbar wird die erste dauernde Deformation, die während der Vorbereitung für eine Versuchsreihe in einem neuen Torsionsintervall dem Drahte erteilt wird, für den Sinn, in welchem sich die Asymmetrie der Spannungen bemerkbar macht, in erster Linie maßgebend sein. Durch die asymmetrische Lage der Zug- und Druckspannungen wird nun jeder der beiden Richtungen des zirkularen Feldes eine ausgezeichnete Richtung der longitudinalen Magnetisierung zugeordnet; bei jeder Richtung des zirkularen Feldes entwickelt sich die ihr zugeordnete longitudinale Magnetisierung vorzugsweise und bewirkt so die in den Diagrammen bemerkbare Asymmetrie der Lage. Auf diese longitudinale Magnetisierung wirkt wiederum die Torsion ein, es superponiert sich über die Wechselwirkung von zirkularer Magnetisierung und Torsion diejenige der longitudinalen Magnetisierung und Torsion, wodurch auch die Asymmetrie der Gestalt erklärt wird. Mit Umkehrung des zirkularen Feldes muß sich die ausgezeichnete Richtung der longitudinalen Magnetisierung ebenfalls umkehren und der Verlauf des Moments muß, falls inzwischen keine Änderung an dem bisher bestehenden asymmetrischen Verlauf der Spannungen eintreten konnte, spiegelbildlich symmetrisch zu demjenigen erfolgen, der sich vor Umkehrung des zirkularen Feldes eingestellt hatte. Bei Vergrößerung des Torsionsintervalls wird die Asymmetrie der Spannungen und des Moments stets im gleichen Sinne erfolgen, sofern die erste dauernde Deformation beim Übergang zu dem größeren Torsionsintervall immer bei dem gleichen Vorzeichen des Torsionswinkels vorgenommen wird. Für sehr große Torsionsintervalle scheint der Einfluß der ersten dauernden

Deformation zu verschwinden — der Verlauf der Zug- und Druckspannungen wird anscheinend für den harten Draht wieder ein merklich symmetrischer. Verkleinert man das Torsionsintervall, so wird, falls der Übergang von dem größeren zum kleineren Torsionsintervall wieder bei Torsionen des gleichen Vorzeichens vorgenommen wird, bei welchem vorher die Vergrößerung des Intervalls erfolgte, der Verlauf der Zug- und Druckspannungen eine Asymmetrie entgegengesetzten Sinnes zeigen als bei wachsenden Torsionsintervallen. Unvermittelter Übergang von großen zu erheblich kleineren Torsionsintervallen bedingt anscheinend eine stärker ausgeprägte Asymmetrie der Spannungen als stufenweise Verkleinerung des Intervalls. Der Sinn, in welchem sich die Asymmetrie zuerst bemerkbar macht, wird während des Durchlaufens der ersten vorbereitenden Torsionszykeln bestimmt, die dem erstmaligen Erreichen des zyklischen Zustandes vorausgehen müssen; offenbar herrschen während dieser Periode labile Zustände, deren eingehende Untersuchung erst einen Aufschluß über die Ursachen geben könnte, die das Auftreten der ersten Asymmetrie bald in einem und bald im entgegengesetzten Sinne bei gleicher Behandlung übrigens gleicher Drähte bedingen.

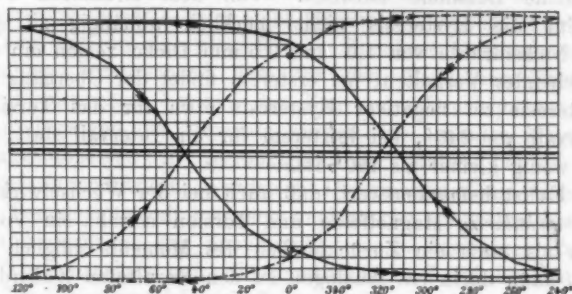
**Zurückbleiben und Voraneilen des Moments gegenüber dem Torsionswinkel.**

Nach Erörterung dieser auf Nebenwirkungen beruhenden Begleiterscheinungen kehren wir zur Beschreibung der wesentlichen Eigenschaften der Wechselwirkung von zirkularer Magnetisierung und Torsion zurück. Wir hatten oben gefunden, daß das Moment innerhalb eines Torsionszykels für einen bestimmten Wert des Torsionswinkels im allgemeinen bei entgegengesetztem Torsionssinn verschiedene Werte annimmt, und wollen nunmehr verfolgen, inwiefern diese Mehrdeutigkeit des Moments mit dem Torsionsintervall variiert. Für kleine Torsionsintervalle zeigt das Moment ein ausgeprägtes Zurückbleiben (Hysteresis) hinter dem Torsionswinkel (vergl. Versuchsreihe A, B, C), das unabhängig von dem Durchlaufungssinn des Torsionszykels ist. Mit wachsendem Torsionsintervall nimmt das Zurückbleiben ab, um bei weiterer Vergrößerung des Torsionsintervalls in ein Voraneilen (negative

Hysteresis) überzugehen (vergl. Versuchsreihe D); der Übergang erfolgt bei dem Nickeldraht von 1,5 mm Dicke etwa für das

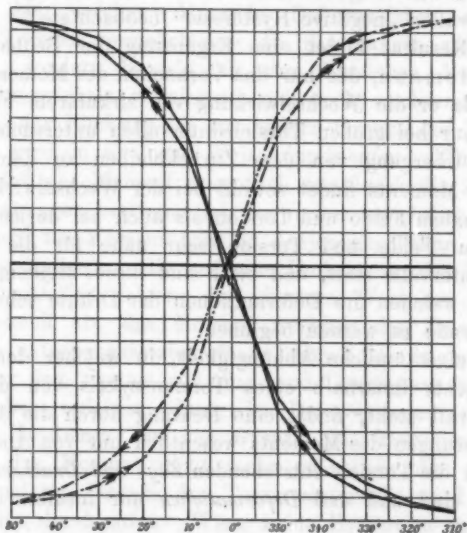
Versuchsreihe D.

1,5 mm Ni-Draht 0,8 Amp. Torsionsintervall  $240^\circ$ .



Versuchsreihe E.

Torsionsintervall  $100^\circ$ . 1,5 mm Ni-Draht 0,8 Amp.



Torsionsintervall von  $100^\circ$  (vergl. Versuchsreihe E). Bei Verkleinerung des Torsionsintervalls nimmt das Voraneilen ab,

um dann nahezu für das gleiche Torsionsintervall, bei dem für wachsende Torsionsintervalle der Übergang von Hysteresis zu deren Gegenteil stattfand, wieder in ein Zurückbleiben umzuschlagen, das mit abnehmendem Torsionsintervall noch eine deutliche Zunahme aufweist. Von dem zirkularen Felde scheint die Hysteresis nicht merklich abhängig zu sein. Die Nickeldrähte von 1,0 und 0,5 mm Dicke zeigen ein entsprechendes Verhalten; bei ersterem findet der Übergang von Hysteresis zu negativer Hysteresis etwa für das Torsionsintervall von  $240^\circ$ , bei letzterem für ein Intervall statt, das nur wenig kleiner als  $480^\circ$  ist.

Es ist bemerkenswert, daß auch bei der Wechselwirkung von *zirkularem* Magnetfelde und Torsion sowohl ein Voraneilen als auch ein Zurückbleiben des Moments möglich ist; man kann darin ein Analogon zu den Resultaten Zehnders erblicken, der bei der Wechselwirkung von longitudinalem Felde und Torsion ebenfalls bei kleinen Torsionsintervallen Hysteresis des magnetischen Moments und bei großen Torsionsintervallen „negative Hysteresis“ beobachtete<sup>1)</sup>. Das vorliegende Resultat bildet eine Ergänzung der Beobachtungen von Wiedemann, der nur das Voraneilen des Moments finden konnte, da er die Wechselwirkung von zirkularem Felde und Torsion nur bei großen Torsionsintervallen untersuchte<sup>2)</sup>.

Der Übergang von dem Zurückbleiben zu dem Voraneilen des Moments findet sowohl bei der Wechselwirkung von longitudinalem Felde und Torsion als auch bei derjenigen von zirkularem Felde und Torsion sehr nahe für die gleichen Torsionsintervalle statt, und zwar sind dieses diejenigen Intervalle, bei welchen die Deformationen der Drähte schon merklich dauernde zu werden beginnen.

Die eigentümliche Abhängigkeit, in welcher der Verlauf des Moments innerhalb eines Torsionszykels von dem Torsionsintervall steht, findet eine Deutung durch die Annahme, daß Änderungen des Moments wesentlich nur von Änderungen der durch die Torsion entstehenden *Zug- und Druckspannungen* abhängig sind und daß *Deformationen* nur insofern den Ver-

1) L. Zehnder, l. c. 41. p. 283.

2) G. Wiedemann, l. c. 27. p. 376 u. ff.

lauf des Momentes beeinflussen, als durch diese dauernde Änderungen der Magnetisierungs- und Elastizitätskonstanten hervorgerufen werden. Solange die Deformationen noch vorwiegend elastische sind, zeigt das Moment — wie unten bei der quantitativen Verwertung der Resultate noch deutlicher hervortreten wird — von einer Grenze des Torsionsintervalls bis zur anderen eine gleichförmige Zunahme beziehungsweise Abnahme entsprechend dem für den elastischen Zustand charakteristischen Verlauf der Zug- und Druckspannungen; die Änderungen des Moments werden wie bei allen Magnetisierungsprozessen in ferromagnetischer Materie durch die Hysteresis modifiziert. Werden die Deformationen mit wachsendem Torsionsintervall merklich unelastische, so treten wesentliche Änderungen der Spannungen nur in denjenigen Teilen des Torsionszykels auf, die unmittelbar auf die Umkehrung des Torsionssinnes folgen; offenbar nehmen bei der Detorsion die vorhandenen Spannungen schnell ab, wechseln ihr Zeichen und wachsen im entgegengesetzten Sinne bis zu denjenigen Werten, bei welchen dauernde Deformationen eintreten. Weitere Torsion vermehrt nun die Spannungen nicht mehr erheblich, sondern bewirkt bis zum Erreichen der Grenze des Torsionswinkels vorwiegend nur noch wachsende Deformationen; der Rückweg bis zur andern Grenze des Torsionsintervalls wird in analoger Weise durchlaufen. Nimmt man nun an, daß das Moment wesentlich nur durch die Zug- und Druckspannungen bestimmt ist, so werden ersichtlich schnelle Änderungen des Moments nur in denjenigen Teilen des Torsionszykels auftreten, die auf eine Umkehrung des Torsionssinnes unmittelbar folgen; der absolute Wert des Moments nimmt schnell ab, das Moment wechselt das Zeichen und wächst in entgegengesetztem Sinne schnell bis zu demjenigen Werte, der dem System von Zug- und Druckspannungen entspricht, bei welchem dauernde Deformationen eintreten. Weiteres Tordieren bis zur Grenze des Torsionsintervalls vermehrt das Moment nicht mehr erheblich; der Rückweg bis zur anderen Grenze des Torsionsintervalls wird in analoger Weise durchlaufen. Wäre keine Hysteresis vorhanden, so würde schon bei kleineren Torsionsintervallen, als es in Wirklichkeit geschieht, das Voraneilen des Moments deutlich



werden, denn die Hysteresis besteht wohl merklich unverändert auch für große Torsionsintervalle fort und kompensiert das Voraneilen noch bei Torsionsintervallen, bei denen dasselbe schon erkennbar sein würde, wenn man die Hysteresis beseitigen könnte; in diesem Falle würde in denjenigen Torsionsintervallen, bei welchen sich jetzt schon das Voraneilen zeigt, voraussichtlich der Abfall des absoluten Wertes des Moments nach Umkehrung des Torsionssinnes noch rapider erfolgen. Man kann die gedachten Verhältnisse durch Erschüttern des Versuchsdrahtes angenähert verwirklichen; bei der Ausführung der Versuche wurde jedoch darauf verzichtet, weil die Erschütterung einerseits die Hysteresis auch in kleinen Torsionsintervallen nicht vollständig beseitigt, andererseits aber auch die Werte, die das Moment für die Grenzen des Torsionswinkels annimmt, in einer Weise beeinflusst, die exakte Resultate solange unmöglich macht, als man nicht imstande ist, die Erschütterungen in stets gleichbleibender Stärke vorzunehmen. Immerhin ist es bemerkenswert, daß eine Verringerung der Hysteresis sich durch stärkeres Hervortreten des Voraneilens in großen Torsionsintervallen wirklich nachweisen ließ. Vielleicht würde die Anwendung eines longitudinalen, von einem hochfrequenten Wechselstrom erzeugten Magnetfeldes analog dem Vorgehen von Gerosa und Finzi<sup>1)</sup> den gewünschten Erfolg besser erzielen lassen.

Bei diesen Überlegungen ist außer acht gelassen worden, daß das Überschreiten der Elastizitätsgrenze wahrscheinlich zunächst in den äußeren Schichten des tordierten Drahtes eintritt und daß erst bei weiterer Torsion auch das Innere des Drahtes mehr und mehr dauernd deformiert wird; eine quantitative Berücksichtigung solcher Vorgänge ist leider noch nicht möglich, da noch keine Spezialuntersuchungen darüber vorliegen. Qualitativ steht die Annahme dieser Vorgänge der hier gegebenen Erklärung des magnetischen Verhaltens der Drähte nicht im Wege; offenbar muß, wenn man ein langsames Vordringen der dauernden Deformation nach dem Innern des Drahtes annimmt, das Moment nach dem Aufhören der schnellen Änderung, das durch Eintritt dauernder

---

1) Vergl. J. A. Ewing, *Magn. Ind.*, deutsche Ausg., p. 304 u. ff.



Deformation in den äußeren Schichten bewirkt wird, bei weiterer Torsion noch eine kleine Änderung infolge der weiteren Änderung der Zug- und Druckspannungen im Innern des Drahtes zeigen, die in dem Maße abnehmen muß, als die dauernde Deformation auch das Innere ergreift.

**Abhängigkeit des Momentintervalles von dem  
Torsionsintervall.**

Die dargelegte Auffassung von dem Zustandekommen des Voraneilens des Moments bei großen Torsionsintervallen wird gestützt durch die quantitative Verwertung der Beobachtungsergebnisse. Verfolgen wir zunächst das Anwachsen der Extremwerte, die das Moment innerhalb jedes Torsionszykels erreicht, mit dem Torsionsintervall. Bildet man für jedes Torsionsintervall das Mittel aus den Differenzen der bei entgegengesetzten Feldrichtungen von dem Moment an den Grenzen des Torsionsintervalls erreichten Werten, so erhält man eine von der oben erörterten Asymmetrie befreite Reihe von Zahlen, die zur Gewährung eines ersten Überblicks geeignet erscheinen. Für den Nickeldraht von 1,5 mm Dicke und die Stromstärke 0,8 Amp. ergibt sich bei steigenden Torsionsintervallen folgende Tabelle:

Torsionsintervall	Momentintervall	Momentintervall Torsionsintervall
30°	861	28,7
40°	1131	28,2
60°	1562	26,0
80°	1883	23,5
[100°]	[2201]	[22,0]
120°	2139	17,8
160°	2224	13,9
240°	2221	9,3

Zu der Tabelle ist zu bemerken, daß das Torsionsintervall 100° nach dem Intervall 160° untersucht wurde; der Draht hatte also schon einen größeren Härtegrad erreicht, als dem Intervall 100° entsprochen hätte, wenn es unmittelbar nach dem Torsionsintervall 80° untersucht worden wäre. Die Tabelle läßt deutlich erkennen, daß der Anstieg des Moment-

intervalls anfänglich, solange die Deformationen noch vorwiegend elastische sind, proportional dem Torsionsintervall erfolgt; schon für das Torsionsintervall  $80^\circ$  nimmt der Quotient  $\frac{\text{Momentintervall}}{\text{Torsionsintervall}}$  erheblich ab, um für größere Torsionsintervalle schnell zu fallen. Das Momentintervall wächst aber nur solange, als durch Vergrößerung des Torsionsintervalls unterhalb der Elastizitätsgrenze das Intervall der Zug- und Druckspannungen merklich vergrößert werden kann. Von dem Torsionsintervall  $80^\circ$  an bleibt das Wachstum des Momentintervalls erheblich hinter demjenigen des Torsionsintervalls zurück — also gerade von demjenigen Torsionsintervall an, bei welchem sich das Voraneilen des Moments vor dem Torsionswinkel zuerst zeigen würde, wenn es nicht durch Hysteresis verdeckt wäre. Noch schärfer würde die Grenze für das lineare Anwachsen des Momentintervalls bei dem Torsionsintervall  $80^\circ$  — das man als Sättigungsintervall bezeichnen könnte — hervortreten, wenn nicht die infolge der dauernden Deformationen bei großen Torsionsintervallen zunehmende Härtung des Drahtes ihrerseits noch nach Überschreiten der Elastizitätsgrenze eine Zunahme des Intervalls der Spannungen und damit ein schwaches Anwachsen des Momentintervalls hervorrufen würde.

Daß das Momentintervall unter übrigens gleichen Umständen im gehärteten Draht ein größeres ist als im weichen, erkennt man aus einem Vergleich der bei aufsteigenden und absteigenden Torsionsintervallen bei gleicher Stromstärke für das gleiche Intervall erreichten Momentintervalle:

Torsionsintervall	Momentintervall bei	
	aufsteigenden	absteigenden
	Torsionsintervallen	
$40^\circ$	1131	1750
$60^\circ$	1562	2090
$80^\circ$	1883	2257
$120^\circ$	2139	2351
$160^\circ$	2224	2315
$240^\circ$		2221

Die Differenz der Momentintervalle für den weichen und den gehärteten Draht ist am größten für das kleinste Torsions-

intervall, da hier der noch völlig ungehärtete Draht dem gehärteten gegenübersteht, sie nimmt ab, je mehr mit wachsendem Torsionsintervall der weiche Draht in seiner Härtung fortschreitet. Das Momentintervall erfährt, wie aus der Tabelle ersichtlich ist, für abnehmende Torsionsintervalle noch eine kleine Steigerung gegenüber dem für das maximale Torsionsintervall angenommenen Werte; das Maximum des Momentintervalls mit 2351 wird erst für das Torsionsintervall  $120^\circ$  erreicht. Nimmt man hinzu, daß bei der Vergrößerung des Torsionsintervalls von  $160^\circ$  auf  $240^\circ$  keine Steigerung, sondern schon eine geringe Verminderung des Momentintervalls erhalten wurde, so wird man darin die Begründung dafür finden, daß von einer Überschreitung des Torsionsintervalls  $240^\circ$  Abstand genommen wurde. Bei weiterer Vergrößerung des Torsionsintervalls tritt, wie die Vorversuche gezeigt hatten, eine rasche Abnahme des Momentintervalls ein; offenbar ist dann die Grenze der Duktilität des Materials überschritten und es treten Diskontinuitäten auf — eine Vermutung, die dadurch gestützt wird, daß eine rein zyklische Änderung des Moments bei diesem Zustande des Drahtes nicht mehr erhalten werden kann.

#### **Abhängigkeit des Moments von dem Torsionswinkel.**

Nach dieser allgemeinen Übersicht wenden wir uns zur Verfolgung der Abhängigkeit des Moments von dem Torsionswinkel innerhalb eines bestimmten Torsionsintervalls. Zur Erleichterung der Übersicht ist es wünschenswert, das Beobachtungsmaterial in wenigen, charakteristischen Zahlenwerten zusammenzufassen, vor allem aber die Wirkung der als unwesentlich erkannten Asymmetrien der Lage und Gestalt sowie diejenige der Hysteresis wenigstens für kleine Torsionsintervalle auszuschneiden; dieses kann durch Bilden geeigneter Mittelwerte versucht werden. Bildet man zunächst innerhalb jeder zu einer bestimmten Stromrichtung gehörenden Versuchsreihe die arithmetischen Mittel aus den Werten des Moments, die dieses für jeden Torsionswinkel beim Hin- und Zurücktordieren annimmt, so kann man die durch diese Ordinaten gegebene Kurve näherungsweise als diejenige Kurve des Moments betrachten, zu der sich die in Wirklichkeit erhaltene Hysteresis-

schleife zusammenziehen würde, wenn keine Hysteresis vorhanden wäre. Natürlich ist dieses Verfahren nur innerhalb derjenigen Torsionsintervalle berechtigt, bei denen ein Voran-eilen des Moments von dem Torsionswinkel noch nicht merklich wird; in großen Torsionsintervallen würde dieses Verfahren geradezu den natürlichen Verlauf des Moments ent-stellt wiedergeben, denn in großen Torsionsintervallen würde auch nach Fortfallen der Hysteresis das Moment niemals eine eindeutige Funktion des Torsionswinkels werden. Hier hat man vorerst kein Mittel, den Einfluß der Hysteresis näherungsweise auszuschneiden.

Die von Hysteresis befreite Kurve des Moments (in kleinen Torsionsintervallen) zeigt nun noch die Asymmetrie der Lage und der Gestalt; erstere läßt sich vollkommen aus den Beobachtungsdaten eliminieren, indem man nicht an die Werte der Ordinaten selbst, sondern an die Differenzen der zu entgegengesetzt gleichen Torsionswinkeln gehörigen Momente die Diskussion anknüpft; durch dieses Verfahren werden auch alle Glieder gerader Ordnung, die von der Wechselwirkung der Torsion und der longitudinalen Magnetisierung herrühren, eliminiert, falls die Kurve des Moments, welche diese Wechselwirkung allein darstellt, symmetrisch zur Ordinatenachse gelegen ist. So erhält man bei jedem in  $4n$ -Unterabteilungen durchlaufenen Torsionsintervall aus den beiden bei entgegengesetzten Stromrichtungen angestellten Versuchsreihen  $2n$  Zahlwerte, die durch Mittelnehmen aus je zwei entsprechenden auf  $n$ -Werte reduziert werden, die den Verlauf der Wechselwirkung von Torsion und zirkularem Magnetfelde bei kleinen Torsionsintervallen unter den gemachten Einschränkungen genügend darstellen.<sup>1)</sup> In den folgenden Tabellen sind mit  $\Delta\tau$  Differenzen der Torsionswinkel (symmetrisch zur Torsion Null), mit  $\Delta M$  die Mittelwerte aus den zugehörigen Momentdifferenzen (nach Elimination der Hysteresis) bezeichnet.

Der Verlauf des Moments bei der Stromstärke 0,8 Amp. in den Torsionsintervallen  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $80^\circ$  bei dem Nickeldraht von 1,5 mm Dicke stellt folgende Tabelle dar:

1) Über Nachwirkungserscheinungen wird Dissert. p. 87 berichtet.

$\Delta \tau$	$\Delta M_{30}$	$\Delta M_{40}$	$\Delta M_{50}$	$\Delta M_{60}$
10°	879	418	486	—
20°	674	74	845	980
30°	860	969	1136	—
40°		1131	1337	1500
50°			1473	—
60°			1562	1756
70°				—
80°				1883

Aus jeder Vertikalreihe wird das Wachsen des Moments innerhalb des betreffenden Torsionsintervalls ersichtlich, aus jeder Horizontalreihe das Wachsen des Moments für den betreffenden Torsionswinkel mit dem Torsionsintervall. Es ist ersichtlich, wie das Wachstum des Moments gegen die Grenze des Torsionsintervalls hin eine Abnahme aufweist. Ein ähnliches Wachstum wie für das Momentintervall mit dem Torsionsintervall, zeigt sich auch für die Momentdifferenzen; auch dieses Anwachsen zeigt eine Abnahme mit wachsenden Torsionsintervallen.<sup>1)</sup>

Wesentlich anders gestaltet sich der Verlauf des Momentes innerhalb der großen Torsionsintervalle. So ändert sich in dem Torsionsintervall von 120° das Moment beim Hin- und Hertordieren des Drahtes zwischen den Torsionswinkeln 330° und 30° um 1773, 1760, 1804, 1829 — im Mittel um 1794; das Momentintervall beträgt im Mittel 2139, während also nur die Hälfte des Torsionsintervalls durchlaufen wurde, hat sich das Moment schon um 84 Proz. der Gesamtänderung geändert. Bei dem maximalen Torsionsintervall 240° (Versuchsreihe D) ändert sich das Moment während des Durchlaufens der ersten Hälfte des Torsionsintervalls nach jeder Umkehrung des Torsionssinnes um 2076, 2039, 2069, 2097, im Mittel um 2070, das sind 93 Proz. des Momentintervalls 2221. Für den torsionsharten Draht änderte sich in dem Torsionsintervall 160° das Moment um 1936, 1915, 1925, 1891 im Mittel 1917, während der Draht zwischen den Torsionen 320° und 40° hin- und hergedrillt wurde; die Änderung entspricht 83 Proz. des Momentintervalls 2315.

1) Vergl. Dissert. p. 88 u. 89.

Für große Torsionsintervalle ergibt sich also das Resultat, daß der Hauptanteil an der Gesamtänderung des Moments bei Durchlaufen des ganzen Torsionsintervalls schon während des Durchlaufens der Hälfte des Intervalls erreicht wird; während des Durchlaufens der anderen Hälfte des Torsionsintervalls ändert sich das Moment nur noch sehr langsam. Bei den Torsionsintervallen  $120^\circ$  und  $160^\circ$  tritt infolge der Hysteresis die schnelle Änderung des Moments nicht unmittelbar nach Umkehrung des Torsionssinnes ein; bei dem Torsionsintervall  $240^\circ$  ändert sich das Moment während des Durchlaufens der ersten Hälfte des Intervalls schon um mehr als  $\frac{9}{10}$  des Momentintervalls, und trotz der Verzögerung durch die Hysteresis setzt hier die schnelle Änderung des Moments unmittelbar nach der Umkehrung des Torsionssinnes ein.

Der Verlauf des Moments im harten Draht bei kleinen Torsionsintervallen (Stromstärke 0,8 Amp.) ist aus folgender Tabelle ersichtlich, die wieder wie oben unter  $\Delta M$  die nach Elimination der Hysteresis gebildeten Momentdifferenzen enthält:

$\Delta \tau$	$\Delta M_{20}$	$\Delta M_{30}$	$\Delta M_{40}$
$10^\circ$	—	822	784
$20^\circ$	1369	1395	1318
$30^\circ$	—	1678	1586
$40^\circ$	1873	1874	1750
$50^\circ$	—	1995	—
$60^\circ$	2134	2090	—
$70^\circ$	—	—	—
$80^\circ$	2257	—	—

Das Moment wächst, wie die Zahlen der Vertikalreihen zeigen, anfangs innerhalb jedes Torsionsintervalls schnell; gegen die Grenze des Torsionsintervalls hin wird das Wachstum geringer. Wie die Zahlen der Horizontalreihen lehren, wird mit abnehmendem Torsionsintervall auch das für einen bestimmten Torsionswinkel erreichte Moment im allgemeinen kleiner; doch gilt dieser Satz nicht ohne Ausnahme. Das Anwachsen des Moments innerhalb eines bestimmten Torsionsintervalls erfolgt im harten Draht erheblich schneller als unter sonst gleichen Bedingungen im weichen Draht. Dieses Verhalten wird durch folgende Tabellen veranschaulicht, in welchen

je zwei Versuchsreihen unter Anwendung der gleichen Stromstärke (0,8 Amp.) in gleichen Torsionsintervallen einerseits für den weichen, andererseits für den harten Draht zusammengestellt sind:

Torsionsintervall 80°.

$\Delta \tau . 100$	$\Delta M . 100$	$\Delta M . 100$
Torsionsintervall	Momentintervall weicher Draht	Momentintervall harter Draht
25 Proz.	52 Proz.	61 Proz.
50 "	80 "	83 "
75 "	93 "	95 "

Nach Durchlaufen von 25 Proz. des Torsionsintervalls hatte der weiche Draht also erst 52 Proz., der harte schon 61 Proz. des Momentintervalls erreicht.

Torsionsintervall 60°.

$\Delta \tau . 100$	$\Delta M . 100$	$\Delta M . 100$
Torsionsintervall	Momentintervall weicher Draht	Momentintervall harter Draht
16,7 Proz.	31 Proz.	39 Proz.
33,8 "	54 "	67 "
50,0 "	73 "	80 "
66,7 "	86 "	90 "
83,8 "	94 "	95 "

Der Unterschied zwischen dem Verhalten des weichen und des harten Drahtes macht sich, wie zu erwarten war, mit abnehmenden Torsionsintervallen mehr bemerkbar:

Torsionsintervall 40°.

$\Delta \tau . 100$	$\Delta M . 100$	$\Delta M . 100$
Torsionsintervall	Momentintervall weicher Draht	Momentintervall harter Draht
25 Proz.	37 Proz.	45 Proz.
50 "	66 "	75 "
75 "	86 "	91 "

Über die Abhängigkeit des Moments von der zirkularen Feldstärke und dem Drahtdurchmesser wird Dissert. p. 92—95 berichtet.

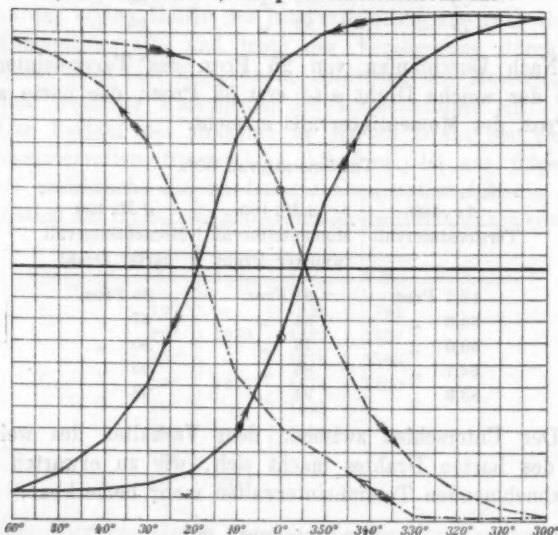


**Eisendraht. Begleiterscheinungen.**

Die an dem *Eisendrahte* von 1,5 mm Dicke erhaltenen Resultate zeigen ähnliche von Nebenwirkungen herrührende Begleiterscheinungen, wie solche auch bei Nickel auftraten; doch machen sich diese Begleiterscheinungen bei Eisen nicht so auffällig bemerkbar, weil man in der Methode des Entmagnetisierens des Versuchsdrahtes in einem longitudinalen, von kommutiertem und langsam bis auf Null abgeschwächtem

**Versuchsreihe F.**

1,5 mm Fe-Draht 0,8 Amp. Torsionsintervall 120°.



Gleichstromerregten Magnetfelder ein vortreffliches Mittel besitzt, das die Nachwirkung vorangegangener magnetischer und elastischer Prozesse im Eisen bis zu einem gewissen Grade unschädlich zu machen gestattet.

Auch an einigen Diagrammen, die an dem untersuchten Eisendrahte aufgenommen wurden, macht sich Asymmetrie der Lage und der Gestalt bemerkbar — teils in der schon bei Nickel erörterten Art, teils im Sinne einer einseitigen Verschiebung der beiden zu entgegengesetzten Stromrichtungen gehörigen Kurvenzüge (vergl. Versuchsreihe F). Für die Abhängigkeit dieser



Asymmetrieen von dem Wachsen und Abnehmen des Torsionsintervalls besteht keine Regel; nur treten sie häufiger in kleinen als in großen Torsionsintervallen auf. Es ist dadurch wahrscheinlich gemacht, daß diese Asymmetrieen bei Eisen nicht durch eine asymmetrische Verteilung der Zug- und Druckspannungen im tordierten Drahte hervorgerufen werden oder im Zusammenhange mit der ersten dauernden Deformation stehen, die dem Drahte erteilt wurde — denn Nachwirkungen dieser Art können durch Entmagnetisieren völlig beseitigt werden — vielmehr ist als Ursache dieser regellos auftretenden Asymmetrieen eine von dem Entmagnetisierungsprozeß im Drahte zurückgebliebene longitudinale Magnetisierung anzusehen. Gelingt es doch selbst bei sorgfältigstem Abschwächen des Entmagnetisierungsstromes nicht immer, dem Drahte jede merklliche Spur einer longitudinalen Magnetisierung zu nehmen; und selbst in solchen Fällen, wo dieses anscheinend geglückt war, trat häufig bei der geringsten Erschütterung des entmagnetisierten Drahtes plötzlich eine mehr oder minder starke, spontane Magnetisierung bald in *einem*, bald im *entgegengesetzten* Sinne auf.

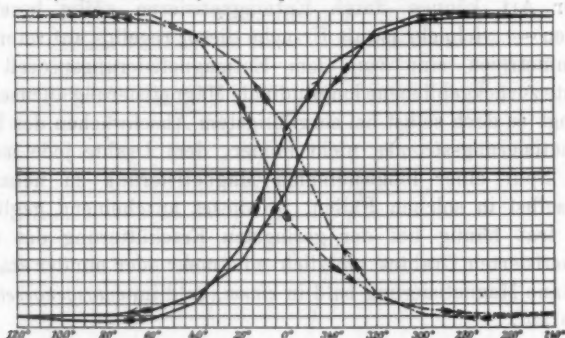
**Voraneilen und Zurückbleiben des Moments gegenüber dem Torsionswinkel.**

Auch der Eisendraht zeigt in kleinen Torsionsintervallen ein Zurückbleiben des Moments hinter dem Torsionswinkel (vergl. Versuchsreihe F); und zwar ist die Hysteresis bei gleichen Torsionsintervallen in Eisen stärker ausgeprägt als in Nickel. Das Zurückbleiben des Moments nimmt mit wachsendem Torsionsintervall ab (vergl. die Dissertation), um dann bei großen Torsionsintervallen in ein Voraneilen überzugehen (vergl. Versuchsreihe G); doch findet das Voraneilen bei den hier untersuchten Torsionsintervallen noch nicht unmittelbar nach Umkehrung des Torsionssinnes statt. Es herrscht vielmehr während des ersten Teiles der Detorsion noch das Zurückbleiben vor, bis dann etwa nach Durchlaufen des vierten Teiles des Torsionsintervalls die für die Detorsion geltende Kurve diejenige der Torsion schneidet, wodurch das Voraneilen eingeleitet wird. Offenbar ist dieses Verhalten des Eisens durch die im Vergleich zu Nickel starke Hysteresis

zu erklären, die das Voraneilen infolge der Überschreitung der Elastizitätsgrenze noch bei großen Torsionsintervallen zum größten Teil zu kompensieren imstande ist. Bei weiterer Vergrößerung des Torsionsintervalls kann man auch im Eisen das Zurückbleiben völlig zum Verschwinden bringen, doch wurde bei den definitiven Versuchen das Torsionsintervall nicht

#### Versuchsreihe G.

1,5 mm Fe-Draht, 1,2 Amp. Torsionsintervall  $240^\circ$ .



über die Grenze von  $240^\circ$  hinaus gesteigert, da, wie die Vorversuche gezeigt hatten, bei weiterer Vergrößerung rein zyklischer Verlauf des Moments nicht mehr erhalten werden kann, was das Eintreten von Diskontinuitäten im Material wahrscheinlich macht. Bei abnehmenden Torsionsintervallen verwandelt sich das Voraneilen wieder in ein Zurückbleiben, das mit der Abnahme des Torsionsintervalls eine deutliche Zunahme zeigt.

#### Abhängigkeit des Momentintervalls von dem Torsionsintervall.

Die Abhängigkeit des Momentintervalls von dem Torsionsintervall bei gleicher Stromstärke geht aus folgender Tabelle hervor:

Torsionsintervall	Momentintervall	Momentintervall Torsionsintervall
$40^\circ$	545	13,6
$80^\circ$	1503	18,8
$120^\circ$	1985	16,5
$160^\circ$	2189	13,7
$240^\circ$	2302	9,6

Das Momentintervall wächst anfänglich schneller als das Torsionsintervall — vermutlich infolge der Härtung des Drahtes, die bei Eisen schon merklich wird, ehe die Elastizitätsgrenze überschritten wird — dann nimmt das Wachstum des Momentintervalls nach Überschreiten des Torsionsintervalls  $80^\circ$  wieder ab, um bei Vergrößerung des Torsionsintervalls auf  $120^\circ$ ,  $160^\circ$  und  $240^\circ$  immer mehr nachzulassen.

In dem gehärteten Draht läßt sich für gleiche Torsionsintervalle wieder ein größeres Momentintervall erzielen als im weichen, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist:

Torsionsintervall	Momentintervall bei	
	aufsteigenden	absteigenden
	Torsionsintervallen	
$40^\circ$	545	—
$80^\circ$	1503	1681
$120^\circ$	1985	2153
$160^\circ$	2189	2296
[ $180^\circ$ ]	—	[2319]
$200^\circ$	—	2315
$240^\circ$	2302	

Zu der Tabelle ist zu bemerken, daß das Torsionsintervall  $180^\circ$  bei absteigenden Intervallen nicht unmittelbar nach dem Intervall  $200^\circ$  untersucht wurde, sondern erst am Schlusse der mitgeteilten Versuchsreihen. Die Tabelle läßt deutlich eine Vermehrung des Momentintervalls im gehärteten Drahte erkennen, nur ist dieselbe bei Eisen nicht so groß als für Nickel. Auch tritt der Unterschied zwischen den Momentintervallen bei hartem und bei weichem Draht hier nicht bei kleinen Intervallen besser hervor als bei großen — die Härtung vollzieht sich zum größten Teil schon unterhalb des Torsionsintervalls  $80^\circ$  und wird anscheinend durch weitere Vergrößerung des Intervalls nicht mehr erheblich gefördert. Das Maximum des Momentintervalls tritt erst für abnehmende Torsionsintervalle und zwar für das Intervall  $180^\circ$  mit 2319 ein.

#### Abhängigkeit des Moments von dem Torsionswinkel.

Zur Darstellung der Abhängigkeit des Moments von dem Torsionswinkel innerhalb eines bestimmten Torsions-

intervalls soll wieder — wenigstens in kleinen Torsionsintervallen — wie oben erörtert wurde, durch Mittelbildung aus den bei Torsion und Detorsion für jeden Torsionswinkel erhaltenen Momentwerten der „hysteresisfreie“ Verlauf des Moments hergestellt und wie oben durch Differenzbildung zwischen den für symmetrisch zur Torsion Null gelegene Torsionswinkel geltenden Ordinaten der hysteresisfreien Kurve etwa vorhandene Asymmetrie eliminiert werden. Den Verlauf des Moments innerhalb der steigenden Torsionsintervalle  $40^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $160^\circ$  verdeutlicht folgende Tabelle:

$\Delta \tau$	$\Delta M_{40}$	$\Delta M_{80}$	$\Delta M_{120}$	$\Delta M_{160}$
$10^\circ$	150	—	—	—
$20^\circ$	304	592	686	—
$30^\circ$	442	—	—	—
$40^\circ$	545	1072	1289	1427
$60^\circ$	—	1353	1629	—
$80^\circ$	—	1503	1818	1977
$100^\circ$	—	—	1927	—
$120^\circ$	—	—	1985	2150
$160^\circ$	—	—	—	2189

Das Wachstum des Moments nimmt wieder, wie die Vertikalreihen zeigen, innerhalb jedes Torsionsintervalls gegen die Grenzen des Intervalls hin stark ab; für das Anwachsen der zu einem bestimmten Torsionswinkel gehörigen Momentdifferenz mit dem Torsionsintervall gilt eine ähnliche Regel, wie sie oben für das Wachsen des Momentintervalls mit dem Torsionsintervall angegeben wurde.<sup>1)</sup>

In den großen Torsionsintervallen  $240^\circ$  und  $200^\circ$  ist der Verlauf des Moments innerhalb eines Torsionszykels wesentlich geändert; z. B. ändert sich in dem Torsionsintervall  $240^\circ$  das Moment beim Hin- und Hertordieren zwischen den Torsionswinkeln  $320^\circ$  und  $40^\circ$  um 1910, 1928, 1928, 1953, im Mittel 1930. Da das Momentintervall 2302 beträgt, hat sich das Moment, während der dritte Teil des Torsionsintervalls durchlaufen wurde, schon um 84 Proz. des Gesamtbetrages geändert. Bemerkenswert ist die erhebliche

1) Vergl. Dissert. p. 100 u. 101.

Zunahme des absoluten Wertes des Moments kurz nach Umkehrung des Torsionssinnes, die bewirkt, daß das Maximum der Momentdifferenz nicht für die Grenzwerte des Torsionswinkels erreicht wird. Die Änderungen des Moments in der Nachbarschaft der Grenzen des Torsionsintervalls sind außerordentlich geringe sowohl bei Torsion als auch bei Detorsion.

Den Verlauf des Moments im harten Draht bei kleinen Torsionsintervallen veranschaulicht folgende Tabelle:

$\Delta \tau$	$\Delta M_{100}$	$\Delta M_{120}$	$\Delta M_{90}$
10°	—	—	—
20°	—	787†	659
30°	—	—	—
40°	1605	1421†	1191
60°	—	1791	1506
80°	2123	1994	1681
100°	—	2100	—
120°	2269	2153	—
160°	2296	—	—

Die durch † gekennzeichneten Zahlen sind infolge magnetischer Störungen unsicher. Die Vertikalreihen der Tabelle zeigen, wie das Moment auch im harten Draht anfänglich innerhalb jedes Torsionsintervalls schnell wächst, um dann gegen die Grenzen des Intervalls hin nur noch langsam zuzunehmen. Aus den Horizontalreihen der Tabelle geht hervor, daß mit abnehmendem Torsionsintervall auch die für einen bestimmten Torsionswinkel erreichten Momentdifferenzen abnehmen. Auch im Eisendraht erfolgt im gehärteten Zustande das Anwachsen des Moments innerhalb eines bestimmten Torsionsintervalls unter übrigens gleichen Umständen anfangs schneller als im weichen Zustande, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Torsionsintervall 160°.

$\Delta \tau$ . 100	$\Delta M$ . 100	$\Delta M$ . 100
Torsionsintervall	Momentintervall weicher Draht	Momentintervall harter Draht
25 Proz.	65 Proz.	70 Proz.
50 „	90 „	92 „
75 „	98 „	99 „

Nach Durchlaufen von 25 Proz. des Torsionsintervalls hatte der weiche Draht also erst 65 Proz., der harte schon 70 Proz. des Momentintervalls erreicht.

## Torsionsintervall 120°.

$\Delta \tau \cdot 100$ Torsionsintervall	$\Delta M \cdot 100$ Momentintervall weicher Draht	$\Delta M \cdot 100$ Momentintervall harter Draht
16,7 Proz.	35 Proz.	37 Proz. †
33,3 "	65 "	66 " †
50,0 "	82 "	83 "
66,7 "	92 "	93 "
83,3 "	97 "	98 "

Der Unterschied zwischen dem Verhalten des gehärteten und des weichen Drahtes ist bei Eisen nicht so deutlich als bei Nickel erkennbar. Dieser Unterschied wird auch nicht wie bei Nickel mit abnehmenden Torsionsintervallen immer deutlicher erkennbar — im Gegenteil: bei Eisen zeigt sich für das Torsionsintervall 80° in den auf ganze Prozente abgerundeten Werten kein Unterschied zwischen dem Verlauf des Moments im weichen und demjenigen im harten Draht:

## Torsionsintervall 80°.

$\Delta \tau \cdot 100$ Torsionsintervall	$\Delta M \cdot 100$ Momentintervall weicher Draht	$\Delta M \cdot 100$ Momentintervall harter Draht
25 Proz.	39 Proz.	39 Proz.
50 "	71 "	71 "
75 "	90 "	90 "

Über die Abhängigkeit des Moments von der zirkularen Feldstärke ist berichtet Dissert. p. 103 u. 104.

## Vergleich der Momentintervalle bei Nickel- und Eisendrahten.

Endlich sollen noch die an dem Nickeldraht von 1,5 mm Dicke erhaltenen Momentintervalle mit den bei gleicher Stromstärke (0,8 Amp.) bei aufsteigenden und absteigenden Torsionsintervallen an dem Eisendraht von 1,5 mm Dicke erhaltenen

Momentintervallen verglichen werden; die Querschnitte der beiden Drähte stimmten nicht überein und es sind in der folgenden Tabelle die an dem Eisendraht erhaltenen Werte des Momentintervalls durch Multiplikation mit 1,04 auf den Querschnitt des Nickeldrahtes reduziert.

Torsionsintervall	Momentintervall		Momentint. Ni
	Nickel	Eisen	Momentint. Fe
40°	1131	567	1,99
80°	1883	1563	1,20
120°	2139	2064	1,04
160°	2224	2277	1,00
240°	2221	2394	0,93
160°	2315	2388	0,97
120°	2351	2239	1,05
80°	2257	1748	1,29

Für kleine Torsionsintervalle übertrifft das Momentintervall in Nickel dasjenige in Eisen ganz erheblich; der Überschuß verschwindet mit wachsenden Torsionsintervallen. Für große Torsionsintervalle überwiegt das Momentintervall in Eisen dasjenige in Nickel, doch wird mit abnehmenden Torsionsintervallen wieder das Momentintervall in Nickel das größere. —

#### Prüfung der Theorie an den Beobachtungsdaten.

Es entsteht nun die Frage, inwiefern die erhaltenen Beobachtungsergebnisse zur Prüfung der Ansätze dienen können, die man zur theoretischen Behandlung der Wechselwirkung von Torsion und Magnetisierung gemacht hat. Offenbar können die bei großen Torsionsintervallen angestellten Versuchsreihen zur Prüfung der Grundlagen der Theorie nicht verwendet werden, solange die Kenntnis des Zusammenhanges von Deformation und Spannung nicht die erforderliche Ausdehnung auf das Gebiet der unelastischen Deformationen erfahren hat; selbst wenn man die Wechselwirkungen magnetisch-elastischer Art auch nach Überschreitung der Elastizitätsgrenze nur in ihrer Abhängigkeit von den Deformationen behandeln wollte, wäre zunächst die Abhängigkeit der Magnetisierungszahl von der Deformation bei reiner Längsdehnung oder Kompression bis in das Gebiet der dauernden Deformationen hinein experimentell



zu verfolgen, ehe man zur Verwertung der bei der Wechselwirkung von Torsion und Magnetisierung in großen Torsionsintervallen gewonnenen Resultate schreiten könnte. Immerhin lassen diese Resultate es vielleicht vorteilhaft erscheinen, in Zukunft die theoretische Behandlung dieser Wechselwirkungen nicht an die Deformationen sondern an die Spannungen als unabhängige Variablen anzuknüpfen, da so der Übergang von der Behandlung elastischer zu derjenigen dauernder Deformationen erleichtert werden dürfte. Solange man die Betrachtung nur auf elastische Deformationen beschränkt, ist es offenbar gleichgültig, ob man die Deformationen oder die Spannungen der Rechnung zu Grunde legt; aber auch hier stehen der quantitativen Vergleichung der Resultate von Beobachtung und Rechnung große Schwierigkeiten entgegen, da die Magnetisierungszahl und die Zusatzkonstante, welche die Wirkung der Deformation auf die Magnetisierungszahl bestimmt, in ferromagnetischer Materie Funktionen der Feldstärke sind.

Immerhin wird man die Resultate der bisher vorhandenen theoretischen Behandlung<sup>1)</sup> der Wechselwirkung von Torsion und Magnetisierung in erster Annäherung der Diskussion der Beobachtungsergebnisse zugrunde legen dürfen.

Bezeichnen  $A, B, C$  die Komponenten der magnetischen Kraft  $R$  nach den Koordinatenachsen,  $\alpha, \beta, \gamma$  die Komponenten der Magnetisierung  $\mu$  nach den Koordinatenachsen,  $f$  die Magnetisierungszahl,  $f^{(2)}$  die Zusatzkonstante, welche die Wirkung der Deformation auf die Magnetisierungszahl bestimmt,  $\delta$  die Drehung zweier um die Längeneinheit voneinander entfernten Querschnitte des Versuchsdrahtes gegeneinander,  $r$  den halben Durchmesser des Versuchsdrahtes, so gilt für einen langen stromdurchflossenen Kreiszylinder, dessen Achse wir in die  $Z$ -Achse gelegt denken, wenn wir innerhalb des Drahtes konstante Stromdichte  $i/r^2\pi$  annehmen und von Änderungen der elektrischen Leitfähigkeiten durch die Deformation absehen:

$$\alpha = -y \cdot \frac{2i}{r^2} f, \quad \beta = +x \cdot \frac{2i}{r^2} f,$$

$$\gamma = f^{(2)} \cdot \frac{i}{r^2} (x^2 + y^2) \cdot \delta;$$

1) W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik, 2. p. 203. 1896.



dabei ist vorausgesetzt, daß die Rückleitung des zirkular magnetisierenden Stromes im Unendlichen oder in einem zu dem Versuchsdraht coaxialen Hohlzylinder stattfindet.<sup>1)</sup>

Der Messung mittels des Magnetometers ist unmittelbar zugänglich das Gesamtmoment des Versuchsdrahtes nach der Z-Achse:

$$I = \iiint \gamma \cdot dx dy dz = \frac{1}{2} f^{(2)} i \cdot r^2 \pi l,$$

wobei  $l$  die Länge des Versuchsdrahtes bezeichnet; bei der Integration ist unberücksichtigt gelassen, daß der Ausdruck für  $\gamma$  streng nur für einen unendlich langen Kreiszylinder gültig ist.

Für konstantes  $f^{(2)}$  ist also ceteris paribus das Moment dem Querschnitt des Drahtes proportional; aus der mangelhaften Übereinstimmung der Beobachtung mit dieser Regel (vergl. die Dissertation) wird man auf eine starke Veränderlichkeit von  $f^{(2)}$  mit der Feldstärke selbst in schwachen Feldern (die allein bei der zirkularen Magnetisierung in Betracht kommen können) schließen dürfen, eine Annahme, die auch durch diejenigen Versuchsreihen bestätigt wird, in welchen unter übrigens gleichen Versuchsbedingungen mit verschiedenen zirkularen Feldstärken gearbeitet wurde. Sieht man von der offenkundigen Inkonstanz des  $f^{(2)}$  ab, so würde sich für das Verhältnis der Konstante bei Nickel und derjenigen bei Eisen aus den innerhalb der Elastizitätsgrenze liegenden Versuchsreihen für die weichen Drähte ergeben:

$$\frac{f^{(2)} \text{Ni}}{f^{(2)} \text{Fe}} = -1,99,$$

für die harten Drähte:

$$\frac{f^{(2)} \text{Ni}}{f^{(2)} \text{Fe}} = -1,29,$$

(vergl. p. 81). Leider liegen zur Zeit noch keine anderweitigen Messungen der Konstanten  $f^{(2)}$  bei kleinen Feldstärken im homogenen Felde vor (die hier angewandten Feldstärken betrugen für die Stromstärke 0,8 Amp. in der Oberfläche der Drähte von 1,5 mm Dicke 2,13 c.g.s.-Einheiten); doch geht aus obigen Zahlen mit Sicherheit hervor, daß auch in kleinen

1) Vergl. P. Drude, Physik des Äthers, p. 97 u. ff. 1894.

Feldstärken  $|\mathfrak{f}^{(2)} \text{Ni}|$  größer ist als  $|\mathfrak{f}^{(2)} \text{Fe}|$ , nur ist der Unterschied zwischen beiden nicht so erheblich wie in großen Feldstärken.<sup>1)</sup> Das Vorzeichen von  $\mathfrak{f}^{(2)} \text{Ni}$  bei kleinen Feldstärken stimmt überein mit dem in großen Feldstärken gefundenen; das Vorzeichen von  $\mathfrak{f}^{(2)} \text{Fe}$  stimmt ebenfalls mit dem bei großen Feldstärken unterhalb des Villarischen kritischen Punktes gefundenen überein. Wäre  $\mathfrak{f}^{(2)}$  als Funktion der Feldstärke  $R$  auch in kleinen Feldstärken genügend bekannt, so würde die Nachprüfung der hier vorliegenden Resultate keine Schwierigkeiten bieten; man erhält dann:

$$\Gamma = \iiint \gamma \, dx \, dy \, dz = \frac{2\pi i \cdot \delta \cdot l}{r^3} \int_0^r \varrho^3 \mathfrak{f}^{(2)}(R) \, d\varrho,$$

oder da  $R$  als Funktion von  $\varrho$  bekannt ist ( $R = 2i\varrho/r^2$ ):

$$\Gamma = \frac{2\pi i \cdot \delta \cdot l}{r^3} \int_0^r \varrho^3 \mathfrak{f}^{(2)}(\varrho) \, d\varrho,$$

worin  $\varrho^2 = x^2 + y^2$  gesetzt ist. Die Formel gestattet auch, unter Heranziehung derjenigen Versuchsreihen, die innerhalb des gleichen Torsionsintervalls bei verschiedenen Stromstärken angestellt wurden, den Verlauf der Funktion  $\mathfrak{f}^{(2)}(R)$  zu diskutieren. Man hat für die Stromstärken  $i^1, i^2, \dots$

$$\frac{\Gamma_1}{i_1} : \frac{\Gamma_2}{i_2} : \dots = \int_0^r \varrho^3 \mathfrak{f}^{(2)}\left(\frac{2i_1 \varrho}{r^2}\right) d\varrho : \int_0^r \varrho^3 \mathfrak{f}^{(2)}\left(\frac{2i_2 \varrho}{r^2}\right) d\varrho : \dots$$

Unter Rücksicht auf die Tabellen von p. 93 und 94 der Dissertation wird man also bei Nickel auf eine Abnahme von  $\mathfrak{f}^{(2)}$  mit wachsender Feldstärke schließen dürfen — innerhalb der hier angewandten Feldstärken.

Ein näheres Eingehen auf die absoluten Werte der  $\mathfrak{f}^{(2)} \text{Ni}$  und  $\mathfrak{f}^{(2)} \text{Fe}$  wäre zwecklos, da die Resultate der Beobachtung sowohl für den weichen als auch für den gehärteten Draht einen von dem Torsionsintervall abhängigen Verlauf des Moments ergeben haben — ein Verhalten, das durch die Theorie bisher ebensowenig erklärt werden kann, als der eigentümliche Verlauf des Moments innerhalb eines jeden Torsionsintervalls.

1) Vergl. Winkelmann, Handbuch der Physik, Artikel „Magnetostriktion“ von Auerbach.

### Zusammenfassung der Ergebnisse.

In stromdurchflossenen (zirkular magnetisierten) Nickel- und Eisendrähten erzeugt zyklisch variierende Torsion ein zyklisch variierendes longitudinales Moment; bei der Torsion zur Rechtsschraube entsteht in Nickeldrähten eine dem magnetisierenden Ströme entgegengerichtete, bei der Torsion zur Linksschraube eine dem magnetisierenden Ströme gleichgerichtete Magnetisierung. In Eisendrähten ist der Verlauf des Moments der entgegengesetzte als bei Nickeldrähten.

In kleinen Torsionsintervallen zeigt das Moment ein Zurückbleiben, in großen Torsionsintervallen — bei merklich unelastischen Deformationen — ein Voraneilen gegenüber dem Torsionswinkel.

Das Momentintervall wächst bei gleicher Stromstärke anfänglich rasch, nach Überschreiten der Elastizitätsgrenze nur noch langsam mit dem Torsionsintervall und ist bei gleichem Torsionsintervall im torsionsharten Draht größer als im weichen.

Die Änderung des Moments mit dem Torsionswinkel ist bei kleinen Torsionsintervallen in der Nachbarschaft der Torsion Null stärker als in der Nähe der Grenzen des Torsionsintervalls; dieser Verlauf ist im gehärteten Draht mehr ausgeprägt als im weichen.

In großen Torsionsintervallen wird der größte Teil des Momentintervalls schon während der Torsion des Drahtes um einen Bruchteil des Torsionsintervalls durchlaufen — während der Torsion um den übrigen Bruchteil ändert sich das Moment nur noch wenig.

Der Verlauf des Moments innerhalb eines Torsionsintervalls hängt bei den angewandten kleinen Feldstärken qualitativ nicht merklich von der zirkularen Feldstärke ab; diese bestimmt die Größe des Momentintervalls, welches mit wachsender Feldstärke zunimmt, aber langsamer als diese.

Die von der Theorie geforderte Proportionalität des Moments (unter übrigens gleichen Versuchsbedingungen) mit dem Quadrat des Drahtdurchmessers bestätigt die Beobachtung nur mangelhaft.

Die Konstante  $f^{(2)}$ , welche die Wirkung der Deformation auf die Magnetisierungszahl bestimmt, erweist sich als Funktion der Feldstärke.

Benutzt man die Theorie in erster Annäherung zur Diskussion der Resultate der Beobachtung, so ergibt sich für weiche Drähte  $f^{(2)} \text{ Ni}/f^{(2)} \text{ Fe} = -1,99$ , für harte Drähte  $= -1,29$ .

Am Schlusse der Arbeit spreche ich Herrn Geheimrat Voigt für die Anregung zu dieser Untersuchung und sein dauerndes Interesse an den Fortschritten derselben meinen ehrerbietigsten Dank aus.

Ferner danke ich Herrn Prof. Kaufmann herzlich für die Förderung, die auch von seiner Seite meiner Arbeit zuteil geworden ist.

(Eingegangen 20. Januar 1904.)

#### 4. *Über siedenden Sauerstoff;* *von A. Bestelmeyer.*

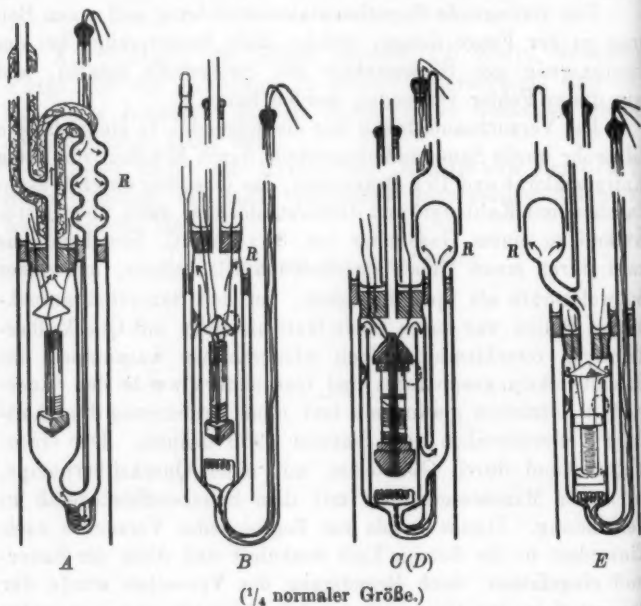
Die vorliegende Experimentaluntersuchung soll einen Beitrag zu der Frage liefern, welche Rolle Siedeverzüge bei der Bestimmung des Siedepunktes des Sauerstoffs spielen, und wie dieser Fehler vermieden werden kann.

Die Versuchsanordnung war die folgende: In einem langen Glasrohr wurde Sauerstoff dargestellt durch Erhitzen von 150 g Kaliumchlorat und 15 g Braunstein; das Gas ging durch Waschflaschen mit Kalilauge und Jodkaliumlösung, dann über festes Ätzkali zu einem Gasometer (ca. 30 l Inhalt), bestehend aus zwei durch einen Heber verbundenen Glasballons, mit reiner Schwefelsäure als Sperrflüssigkeit; der den Sauerstoff aufnehmende Ballon war durch einen Gummistopfen mit Quecksilberdichtung verschlossen. Nach wiederholtem Auspumpen des Gasentwicklungsapparates und Gasometers wurde der Sauerstoff in letzterem gesammelt und ohne Erneuerung für sämtliche Versuchsreihen vom Sommer 1903 benutzt. Der Gasometer stand durch Glasröhren mit einer Quecksilberpumpe, mit zwei Manometern und mit dem Sauerstoffsiedegefäß in Verbindung. Dieses wurde vor Beginn jedes Versuches nach Einsenken in die flüssige Luft evakuiert und dann der Sauerstoff eingelassen; nach Beendigung des Versuches wurde der Sauerstoff in den Gasometer zurückverdampft und dort unter innerem Überdruck aufbewahrt.

Bei den beiden Versuchsreihen vom Frühjahr 1903 wurde jedesmal frischer Sauerstoff bereitet; doch war hierbei die Darstellung und Reinigung weniger sorgfältig; auch wurden damals einige Verbindungen durch Gummischläuche hergestellt, während bei den späteren Versuchen mit Ausnahme des erwähnten Gummistopfens mit Quecksilberdichtung nur verblasene Glasverbindungen und am Siedegefäß sowie am Sauerstoffbereitungsapparat einige Kittungen in Anwendung kamen.

Siedegefäße verschiedener Form wurden benutzt (vgl. Figur). Das gemeinsame Prinzip bei allen war: Vollständiger Ab-

schluß gegen die Atmosphäre (während des Versuches auch gegen den Gasometer); kontinuierliche Verdampfung des Sauerstoffs auf elektrischem Wege und Wiederkondensation desselben an einem durch flüssige Luft gekühlten, als Rückflußkühler wirkenden Teil des Siedegefäßes; Umgebung des letzteren mit einer tieferen Temperatur durch Untertauchen in flüssige



Luft und gleichzeitig Schutz gegen zu starke Abkühlung durch einen Mantel von gasförmiger Luft; Führung der Zuleitungsdrähte des Platinthermometers aus dem Siedegefäß durch die flüssige Luft zu den betreffenden Meßapparaten; endlich waren die Zuleitungsdrähte für die elektrische Heizung in einem eigenen Glasrohr so angeordnet, daß sie mit dem Dampfraum nicht in Berührung kamen; um Sauerstoff zu sparen, war dieses Glasrohr bei den späteren Versuchen mit Wachs ausgegossen. Bei der beschriebenen Anordnung kann dem Thermometer und dem Dampf von außen her unter keinen Umständen Wärme zugeführt werden.

Die Dichtung der auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlten Korke (vgl. Figur) erfolgte mittels käuflichen Petroläthers; um dessen Durchsickern vor dem Erstarren und andererseits ein Loslösen des das Gefäß verschließenden Korkes bei innerem Überdruck zu verhüten, wurden die Korke vorher mit einer Schicht von Hausenblasenleim bedeckt. Beim Aufbringen des Petroläthers, direkt vor oder während der Abkühlung in flüssiger Luft, muß man darauf achten, daß der Druck ober- und unterhalb der Petrolätherschicht so lange der gleiche ist, bis diese genügend fest geworden ist; zu diesem Zweck muß der äußere Luftmantel durch ein zunächst oben offenes Rohr (nur bei Siedegefaß *B* gezeichnet) mit der Atmosphäre in Verbindung gesetzt werden. Die so erreichte Dichtung ist eine vollkommene.

Drei Widerstände aus chemisch reinem Platin (Heraeus-Hanau) dienten zur Temperaturmessung: 1. Ein Differentialthermometer aus 0,05 mm dickem Draht, auf ein Glimmerkrenz in zwei Abteilungen mit einem inneren Abstand von 3 cm gewickelt; in der Mitte und an beiden Enden Kupferzuleitungen von 0,5 mm Dicke; Gesamtwiderstand bei Zimmertemperatur: 42  $\Omega$ . 2. Das in einer früheren Untersuchung<sup>1)</sup> benutzte Platinthermometer I. 3. Platinthermometer IV; 0,05 mm dicker, in der Spiritusflamme ausgeglühter Draht; bifilar auf ein Jenaer Glasrohr von 0,9 cm Durchmesser und 3 cm Länge gewickelt, auf das vorher ein entsprechendes Gewinde eingeztzt war; an einem Ende zwei Zuleitungen, am anderen Ende eine von 0,5 mm dicken und je 45 cm langen Kupferdrähten, die in kurzen dicken Kupferstiften enden; nach dem Wickeln vier Stunden bis zu im Dunkeln deutlich sichtbarer Rotglut galvanisch erhitzt; Widerstand bei 0°: 105, 750  $\Omega$ . Die Messung der Widerstände geschah nach der Wheatstoneschen Brückenmethode in derselben Anordnung und mit den gleichen Apparaten wie früher. Eine Verschiebung des Schleifkontaktes auf dem Meßdraht um 3—4 cm entspricht einer Temperaturänderung von 1°. Bei Benutzung des Differentialthermometers bildeten die beiden Abteilungen desselben die zwei Zweige der Brückenschaltung, die sonst von dem Platinthermometer und dem Rheostaten gebildet werden.

1) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 13. p. 965. 1904.



Den Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchung bildete eine l. c. beschriebene Beobachtung bei der Eichung des Thermometers I in flüssigem Sauerstoff nach der Methode von Holborn<sup>1)</sup>; bei fortschreitender Verdampfung des Sauerstoffs hatte sich ein plötzliches Sinken des Widerstandes gezeigt, das sich nur durch die Annahme erklären ließ, daß zu dem betreffenden Zeitpunkt das Bolometer aus der überhitzten Flüssigkeit in den Dampfraum eintrat.

Zur weiteren Verfolgung dieser Frage wurde das Siedegefäß *A* konstruiert, das in Form und Art der Heizung möglichst den Verhältnissen bei dem erwähnten Versuch entsprechen sollte. Es besaß eine innere Heizspule, mittels welcher die Dampfblasen erzeugt wurden, die bei der Holbornschen Anordnung die Anregung zum Sieden geben. Außerdem besaß es eine (in der Figur nicht gezeichnete) äußere Heizspirale, bestehend aus einem ca. 2 mm breiten, auf das Gefäß außen mit  $\frac{1}{2}$  mm Zwischenraum aufgeklebten Stanniolstreifen; die Windungen desselben bedeckten das ganze Siedegefäß von unten bis oben, doch wurde nur der unterste Teil der Spirale mit Strom beschickt; diese äußere Heizung spielte hier dieselbe Rolle, die bei Holborn ebenso wie bei fast allen anderen bisher vorliegenden Siedepunktsbestimmungen des Sauerstoffs die wärmere Umgebung spielt. Die Kondensation des Sauerstoffs erfolgte in dem aus drei kugelförmigen Ausbauchungen gebildeten Rückflußkühler, der sich entweder ganz oder teilweise unter dem Spiegel der flüssigen Luft befand.

Hier wurde das Differentialthermometer benutzt. Indem zunächst nur wenig Sauerstoff kondensiert und dann zum Sieden erhitzt wurde, befanden sich beide Zweige des Thermometers im Dampfstrom; die Einstellung des Schleifkontaktes in diesem Fall entspricht also der Temperaturgleichheit beider Zweige. Dann wurde so viel Sauerstoff mehr eingelassen, daß sich die untere Thermometerspule ganz in der Flüssigkeit, die obere jedoch im Dampfraum befand und nun bei verschiedener Heizung der beiden Heizspiralen die Temperaturdifferenz zwischen Flüssigkeit und Dampf bestimmt, die sich ohne weiteres aus der nötigen Verschiebung des Schleifkontaktes ergibt.

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. 6. p. 253. 1901.



Da die später zu beschreibenden Versuche zeigen, daß die im Dampfraum gemessene Temperatur eine eindeutige Funktion des Druckes ist, so stellt die hier beobachtete Differenz unmittelbar die Überhitzung der Flüssigkeit dar. Die folgenden sind die Messungsergebnisse:

Versuchszeit	Heizung (Watt)			Druck (cm Queck- silber)	Temperatur der Flüssigkeit — Temperatur des Dampfes
	innere	äußere	Summe		
24. III. 1903	0,4	1,0	1,4	—	+ 0,28°
	9,7	0	9,7	—	0
	0,5	0,5	1,0	—	+ 0,23
	0,9	0	0,9	—	+ 0,03
	0,9	0,7	1,6	—	+ 0,16
	0,9	1,8	2,7	—	+ 0,29
	0,9	0	0,9	—	+ 0,03
	0,9	7,4	8,3	—	+ 0,47
	0,9	7,4	8,3	—	+ 0,51
	0,4	7,4	7,8	52	+ 0,64
	0,2	7,4	7,6	52	+ 0,64
	0,1	7,4	7,5	52	+ 0,76
	0,1	1,8	1,9	43	+ 0,59
	0,9	7,4	8,3	54	+ 0,51
	9,7	0	9,7	60	+ 0,04
	0,6	0	0,6	—	— 0,01
	0,9	7,4	8,3	52	+ 0,47
20. VIII 1903, 7 <sup>10</sup>	1,5	9,4	10,9	75,5	+ 0,64
7 <sup>14</sup>	0,9	9,4	10,3	75,1	+ 0,71
7 <sup>25</sup>	0,2	11,1	11,3	74,7	+ 1,62
7 <sup>32</sup>	3,5	9,6	13,1	77,5	+ 0,54
7 <sup>38</sup>	0,4	4,3	4,7	50,8	+ 0,58
7 <sup>42</sup>	0,2	3,8	4,0	48,6	+ 0,93
	9,4	0	9,4	65,3	+ 0,02

Ich lasse sogleich die analogen, mit dem Siedegefäß *B* ausgeführten Versuche folgen. Dieses und ebenso die Gefäße *C*, *D* und *E* besitzen lediglich eine innere Heizspule von ca. 4  $\Omega$  Widerstand aus 0,25 mm dickem, blankem Konstantandraht und einen doppelten Dampfmantel, gebildet aus einem lose im Gefäß stehenden, versilberten oder mit Stanniol beklebten Glaszylinder, der oben durch drei Einbauchungen der

Gefäßwandung aufrecht erhalten wird. Bei der ersten Versuchsreihe (vom 3. III. 1903) mit Gefäß *B* war dieser Glaszylinder noch unversilbert. Die Versuchsergebnisse mit Gefäß *B* sind:

Versuchszeit	Heizung (Watt)	Druck (cm Quecksilber)	Temperatur der Flüssigkeit — Temperatur des Dampfes
3. III. 1903	3,8	72	+ 0,01°
	0,4	52	+ 0,07
	0,3	50	+ 0,13
	0,25	52	+ 0,12
	1,8	72	+ 0,05
22. VIII. 1903, 4 <sup>10</sup>	1,6	59,0	+ 0,28
	4 <sup>31</sup>	86,6	+ 0,05
	4 <sup>40</sup>	63,2	+ 0,15
	5 <sup>3</sup>	50,4	+ 0,30
	5 <sup>37</sup>	74,1	+ 0,05°)

\*) Während der Zurückverdampfung des Sauerstoffs in den Gasometer; ein kleiner Teil des unteren Thermometerzweiges war bereits in den Dampfraum eingetreten.

Die Betrachtung der beiden Tabellen lehrt, daß fast immer ein meßbarer Siedeverzug vorhanden ist. Er ist nahezu verschwindend, wenn bei Gefäß *A* nur die innere Heizspule mit Strom beschickt wird und ist um so größer, je stärker die äußere und je geringer die innere Heizung ist. Bei Gefäß *B* erreicht der Siedeverzug lange nicht die Größe wie bei Gefäß *A* mit vorwiegend äußerer Heizung, ist jedoch im allgemeinen größer als bei Gefäß *A* mit nur innerer Heizung; er ist um so größer, je geringer die Heizung ist.

Alle diese Tatsachen erklären sich ungezwungen, wenn man bedenkt, daß die Größe der Überhitzung von zwei einander entgegenwirkenden Faktoren abhängt. Sie muß um so größer ausfallen, je mehr die Flüssigkeit erwärmt wird. Die durch eine innere Heizspirale zugeführte Wärme ist so konzentriert, daß sie gleich an ihrer Eintrittsstelle zum großen Teile in Verdampfungsarbeit verwandelt wird, wogegen der breite Wärmestrom, der von der äußeren Heizung durch das Glas zu der Flüssigkeit dringt, nirgends die nötige Intensität besitzt, um Verdampfung einzuleiten. Die durch die Flüssig-

keit streichenden Dampfblasen sind auf der anderen Seite geeignet, einer bestehenden Überhitzung entgegenzuarbeiten, und darum nimmt diese ab, wenn der Heizstrom der inneren Spule vermehrt wird. Falls endlich bei Gefäß *A* nur die innere Spirale mit Strom beschickt wird, so kann zunächst überhaupt nur die Flüssigkeit in der direkten Umgebung dieser Spirale erwärmt werden und die Wärme dieses Flüssigkeitsteiles kann zu dem Thermometer nur auf dem engen Wege durch das Glasrohr fortgeführt werden, in welchem die gründliche Mischung mit den aufsteigenden Dampfblasen die bestehende Überhitzung außerdem zum größten Teile wieder aufheben muß; darum erhält man in diesem Fall nur noch Spuren eines Siedeverzuges.

Die weiter mitzuteilenden Versuche hatten den Zweck, die dynamische Methode der Siedepunktsbestimmung auf die Verhältnisse des siedenden Sauerstoffs zu übertragen und vor allem festzustellen, ob hierbei ein im Dampfraum befindliches Thermometer für den gleichen Druck stets die gleiche Temperatur ergibt. Die hierfür bestimmten Siedegefäße *C*, *D* und *E* unterschieden sich nur wenig; sie besaßen einen Rückflußkühler *R*, dessen wirksame Fläche durch Überschieben einer mit gasförmiger Luft gefüllten Glocke dem abkühlenden Einfluß der flüssigen Luft entzogen werden konnte. Dadurch war die Möglichkeit gegeben, bei verschieden starker Verdampfung denselben Druck im Gefäß zu haben. Um Schwankungen des Druckes zu vermeiden, vor allem aber, um das ständige Ansteigen der Temperatur der flüssigen Luft und die dadurch hervorgebrachte Verminderung der Kondensation im Rückflußkühler unschädlich zu machen, war die Einrichtung getroffen, daß bei zu starkem Anwachsen des Dampfdruckes durch das Quecksilber im offenen Schenkel des einen Manometers ein Nebenschluß zu dem Heizstrom geschlossen wurde, wodurch dieser um ungefähr den zehnten Teil geschwächt wurde; regulierte man den ungeteilten Strom so, daß die Verdampfung etwas zu stark war, so wurde durch das Funktionieren des Nebenschlusses der Druck so weit konstant erhalten, daß das Quecksilber im anderen Manometer, an welchem der Druck abgelesen wurde, innerhalb höchstens 2 mm schwankte. Das Thermometer befand sich stets im Dampfraum. Alle Ablesungen des Manometers und des Schleifkontaktes wurden wiederholt.

Mit Siedegeß *C* und Thermometer I wurden die folgenden Messungen ausgeführt:

Nr.	Versuchszeit	Heizung (Watt)	Druck (cm Queck- silber)	Platinwider- stand I ( $\Omega$ )	Abs. Temperatur			Siedetemp. nach Trav., S. u. J.	
					beob.	ber.	beob. - ber.	He- Skala	H- Skala
15	24. VIII. 1903, 7 <sup>30</sup>	0,4	37,47	18,776	84,08°	84,10°	-0,02°	83,96°	83,80
16	7 <sup>35</sup>	2,5	43,58	19,149	85,33	85,32	+0,01	85,20	85,10
17	7 <sup>40</sup>	7,8	59,63	19,967	88,07	88,08	-0,01	87,96	87,86
18	7 <sup>55</sup>	15	79,36	20,765	90,74	90,74	$\pm 0$	90,62	90,53
19	8 <sup>04</sup>	2,2	43,59	19,149	85,33	85,32	+0,01	85,20	85,10

Die unter „beob.“ angegebenen Temperaturen sind aus dem Widerstand entnommen, entsprechend der früher aufgestellten Formel<sup>1)</sup>:

$$W_{I,T} = 72,832 + 0,27344 \cdot T - 0,0000668 T^2;$$

die absolute Temperatur des Eispunktes wurde gleich 273,04 gesetzt. Die unter „ber.“ aufgeführten Temperaturen sind nach der Methode von Ramsay und Young mit Wasser als Vergleichssubstanz berechnet; die Siedetemperaturen des letzteren wurden der Tabelle von Wiebe entnommen. Durch graphische Darstellung wurde die Gleichung der Geraden bestimmt:  $\theta_S/\theta_W = 0,23620 + 0,000258 (\theta_W - 350)$ ,

wo  $\theta_S$  und  $\theta_W$  die absoluten Siedetemperaturen von Sauerstoff und Wasser für den gleichen Druck bedeuten.

Das Platinthermometer IV besitzt, abgesehen von der Bestimmung des Eispunktes keine Eichung. Um aber doch die Resultate der mit demselben ausgeführten Versuche in dem übersichtlicheren Temperaturmaß darstellen zu können und dadurch ihre Prüfung zu erleichtern, habe ich für dasselbe eine analoge Formel wie die von Thermometer I aufgestellt, indem ich aus obiger Formel die Siedetemperaturen des Sauerstoffs für die beobachteten Drucke entnahm und dann die beiden Konstanten der Formel für den Widerstand von Thermo-

1) l. c.; die hier angegebenen Zahlenwerte beziehen sich auf die Angaben des Normalrheostaten, die der früheren Arbeit auf die Angaben des speziellen zu den Messungen benutzten Rheostaten; die Angaben beider verhalten sich wie die Werte des Platinwiderstandes bei 0°.

meter IV so bestimmte, daß der danach berechnete Widerstand im Mittel gleich dem beobachteten wurde; auf diese Weise erhielt ich:

$$W_{IV,T} = W_0 (1 + 0,0039072 \cdot T - 0,00000113 \cdot T^2) \\ = 105,750 + 0,413186 \cdot T - 0,0001195 \cdot T^2.$$

Dieser Formel entsprechen die in der nachstehenden Tabelle unter „beob.“ aufgeführten Temperaturen, während die „berechneten“ Temperaturen wieder aus dem Dampfdruck nach der Ramsay-Youngschen Methode aus der oben angegebenen Formel abgeleitet wurden. Die nun folgenden Versuche wurden mit dem Thermometer IV und dem Siedegefaß *D* ausgeführt. Dieses unterscheidet sich von dem Gefaß *C* nur durch seinen geringeren Umfang.

Nr.	Versuchszeit	Heizung (Watt)	Druck (cm Queck- silber)	Platinwider- stand IV ( $\Omega$ )	Abs. Temperatur		
					beob.	ber.	beob. — ber.
1	18.VIII. 1903, 2 <sup>35</sup>	1,0	30,37	(22,659)	(82,45°)	82,41°	(+0,04°)
2	3 <sup>22</sup>	3,2	39,39	23,608	84,52	84,51	+0,01
3	3 <sup>14</sup>	3,2	39,07	23,567	84,48	84,44	—0,01
4	3 <sup>30</sup>	5,8	49,44	24,478	86,42	86,43	—0,01
5	3 <sup>47</sup>	8,2	59,61	25,236	88,07	88,08	—0,01
6	4 <sup>06</sup>	10	69,32	25,867	89,45	89,47	—0,02
7	4 <sup>30</sup>	11	79,46	26,455	90,74	90,75	—0,01
8	4 <sup>57</sup>	7,9	59,83	25,244	88,09	88,11	—0,02
9	5 <sup>37</sup>	4,5	59,77	25,242	88,09	88,11	—0,02
10	5 <sup>46</sup>	6,7	79,43	26,458	90,75	90,75	0
11	19.VIII. 1903, 2 <sup>27</sup>	4,2	59,79	25,256	88,12	88,11	+0,01
12	2 <sup>42</sup>	7,7	79,23	26,453	90,73	90,72	+0,01

Kondensation des gesamten Sauerstoffvorrates und Zurückverdampfung in den Gasometer bis auf einen Rest von weniger als  $\frac{1}{10}$  der ursprünglichen Flüssigkeit.

13	19.VIII. 1903, 4 <sup>30</sup>	7,4	79,41	26,465	90,76	90,74	+0,02
14	4 <sup>53</sup>	2,7	59,50	25,237	88,08	88,07	+0,01

Mit Siedegefaß *E* wurden die Resultate erhalten:

20	27.VIII. 1903, 5 <sup>30</sup>	14	59,55	25,234	88,07	88,08	—0,01
21	6 <sup>9</sup>	5,8	59,60	25,238	88,08	88,08	0
22	6 <sup>31</sup>	5,8	59,56	25,240	88,08	88,08	0

Der erste Wert dieser Tabelle zeigt die relativ große Abweichung von  $+0,04^{\circ}$ ; er ist als unsicher eingeklammert, weil bei dieser Messung laut Beobachtungsheft die Einstellung des Schleifkontaktes um mehrere Millimeter schwankte; es ist dies die einzige Temperaturmessung im Dampf, bei der sich eine solche Bemerkung findet. Eine unbedeutende systematische Abweichung zeigt sich bei Vergleichung der an verschiedenen Tagen angestellten Versuchsreihen. Trotzdem ist die Übereinstimmung zwischen beobachteter und berechneter Temperatur so gut, daß die Brauchbarkeit der Methode dadurch bewiesen sein dürfte. Insbesondere ist zu beachten, daß man bei gleichem Druck stets die gleiche Temperatur erhält, unabhängig von der Stärke des Dampfstromes und unabhängig davon, ob das Thermometer vorher eine höhere oder tiefere Temperatur hatte (Nr. 16, 19; Nr. 5, 8, 9, 11, 14, 20, 21, 22; Nr. 7, 10, 12, 13). Die Versuche 13 und 14 zeigen, daß der Sauerstoff keine störenden Verunreinigungen enthielt; die Versuche 20 bis 22 ergeben, daß er während der ganzen Versuchsperiode genügend rein blieb.

Es war beabsichtigt, in dem Siedegefäß *E* zunächst die Temperatur des Dampfes und unmittelbar daran anschließend nach weiterer Kondensation von Sauerstoff die Temperatur der Flüssigkeit direkt zu messen; deshalb war der Rückflüßkühler hier oben angebracht. Da das Dewarsche Gefäß mit der flüssigen Luft nach dem Versuch 22 zerbrach und Ersatz nicht rechtzeitig beschafft werden konnte, mußte diese Absicht aufgegeben werden. Doch sind bereits die ausgeführten Versuche betreffs des Siedeverzuges beweiskräftig. Man wird deshalb annehmen müssen, daß nicht nur die Holbornsche Messung, sondern alle Bestimmungen, bei denen sich das Thermometer im flüssigen Sauerstoff befand, durch Siedeverzüge von mindestens einigen Zehntel Graden gefälscht seien.

Die einzige nach anderer Methode ausgeführte Siedepunktsbestimmung des Sauerstoffs scheint bisher diejenige von Travers, Senter und Jaquerod<sup>1)</sup> zu sein, die sich der statischen Methode bedienten, im Gegensatz zu der hier vor-

1) M. W. Travers, G. Senter u. A. Jaquerod, Phil. Trans. A. 200. p. 138. 1902; Zeitschr. f. phys. Chem. 45. p. 416. 1903.

geführten dynamischen Methode. Bei den mit Thermometer I ausgeführten Versuchen sind die von diesen Autoren gegebenen Werte der Temperatur nach der Helium- und Wasserstoffskala aufgeführt; sie liegen nach der ersteren ca.  $0,13^\circ$ , nach der zweiten ca.  $0,23^\circ$  tiefer als die von dem Thermometer I angegebenen; andererseits folgt aus Versuchen von Valentiner und mir über die Abweichung des Stickstoffs vom Boyleschen Gesetz<sup>1)</sup>, daß die Skala des Thermometers I ca.  $\frac{2}{10}$  Grade zu hoch zeigt, verglichen mit der Skala des unendlich verdünnten Stickstoffs; die Übereinstimmung ist demnach so gut, als es nach jener verhältnismäßig rohen Messung am Stickstoff erwartet werden kann.

Indessen darf nicht übersehen werden, daß bei hohen Temperaturen die statische Methode durch geringe Verunreinigungen der zu untersuchenden Substanz mit einem flüchtigeren Stoff so sehr beeinflußt wird, daß mit Ausnahme von Wasser fast keine Substanz in der nötigen Reinheit darzustellen ist. Bei der tiefen Temperatur des siedenden Sauerstoffs werden die Verhältnisse vielleicht günstiger liegen; doch muß man mit einem endgültigen Urteil zurückhalten, bis der experimentelle Beweis dafür erbracht ist.<sup>2)</sup>

Wird diese Befürchtung als unbegründet erwiesen, so hat die statische Methode den einen großen Vorteil der Einfachheit. Der Hauptnachteil derselben ist dann, daß die zu messende Temperatur erst durch das Bad von flüssiger Luft vermittelt werden muß. Dieser Umstand veranlaßte Travers den Messungen mit den kleineren Gasthermometern ein größeres Gewicht beizulegen, weil mit der Größe des Thermometergefäßes der Fehler infolge der ungleichen Temperaturverteilung in der flüssigen Luft wächst. Die dynamische Methode ist von dieser Fehlerquelle frei, sie ermöglicht die Anwendung großer Thermometergefäße, sie gestattet außerdem die Temperatur auch während einer ausgedehnten Messungsreihe konstant zu erhalten, sowie in einfachster Weise die Temperatur willkürlich

1) A. Bestelmeyer u. S. Valentiner, Sitzungsber. d. k. bayer. Akad. d. Wissensch. 33. p. 743. 1903.

2) Wie mir Herr Travers gütigst mitteilte, erhielt er identische Ablesungen bei Benutzung sehr verschiedener Mengen verflüssigten Sauerstoffs.



zu ändern in einem bedeutend größeren Intervall, als dem, welches man im allgemeinen bei Benutzung von Bädern flüssiger Luft zur Verfügung hat.

Zum Schlusse sei noch darauf hingewiesen, daß die dargestellte Methode eventuell unter zweckentsprechender Vereinfachung infolge der zuletzt erwähnten Eigenschaften auch für andere als rein thermometrische Zwecke ein geeignetes Temperaturbad zu liefern im stande ist, und daß in diesem Fall die Temperaturmessung auf eine einfache Druckmessung reduziert wird, sobald die Dampfspannungskurve des Sauerstoffs mit Sicherheit bekannt ist.

Die Untersuchung wurde im physikalischen Institut der Universität München ausgeführt.

Cambridge, November 1903.

(Eingegangen 29. Januar 1904.)



### 5. *Magnetische Ablenkungsversuche mit Röntgenstrahlen; von B. Walter.*

Magnetische Ablenkungsversuche mit Röntgenstrahlen sind bereits von vielen Seiten — und zwar stets mit negativem Erfolge — vorgenommen worden; der einzige Beobachter jedoch, welcher einen bestimmten *Grenzwert* für das Produkt  $H \cdot r$  (magnetische Feldstärke mal Krümmungsradius der senkrecht zu den Kraftlinien verlaufenden Bahnkurve) angibt, ist meines Wissens R. J. Strutt.<sup>1)</sup> Gerade die Versuche dieses Beobachters stellen nun aber bei weitem nicht die Grenze der auf diesem Gebiete zu erreichenden Genauigkeit dar; und so beschloß ich denn — einerseits in Anbetracht der Unsicherheit, welche auch heute noch über den Charakter der Röntgenstrahlen besteht und andererseits auch veranlaßt durch die sonst fast vollkommene Übereinstimmung, welche in dem Verhalten dieser und der magnetisch ablenkbaren Becquerelstrahlen besteht — die Frage noch einmal in Angriff zu nehmen.

Ich will gleich hier vorausschicken, daß auch meine Versuche, die, wie später gezeigt werden wird, etwa die 1000 fache Genauigkeit von denjenigen Strutts erreichten, ebenso wie diese *vollkommen negativ* ausgefallen sind — oder genauer: während sich aus Strutts Versuchen ergab, daß der Wert des genannten Produktes sicher mehr als  $6 \cdot 10^7$  absolute Einheiten betragen muß, kann man nach den meinigen diesen Grenzwert mit Sicherheit bis auf  $1 \cdot 10^{11}$  solcher Einheiten erhöhen.

Ansaulicher läßt sich dieses Resultat auch so ausdrücken, daß bei den senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien verlaufenden Röntgenstrahlen zur Erzeugung einer Krümmung von 1 cm Radius zum mindesten eine magnetische Feldstärke von  $1 \cdot 10^{11}$  absoluten Einheiten (Gauss) notwendig sein würde oder noch besser — da solche Feldstärken, wenn

1) R. J. Strutt, Proc. Roy. Soc. of London 66. p. 75. 1900.

überhaupt, so jedenfalls nur in nahezu unendlich kleinen Dimensionen herstellbar sind <sup>1)</sup> —, daß *Röntgenstrahlen mittlerer Härte, die in einem magnetischen Felde von 1 Gauss — d. i. etwa der 5 fache Wert der gegenwärtigen Horizontalintensität des Erdmagnetismus in unseren Breiten — senkrecht zu den Kraftlinien verlaufen, darin eine Bahn beschreiben, deren Krümmungsradius sicher größer als  $1 \cdot 10^{11}$  cm, d. h. sicher größer als der Durchmesser der Mondbahn (ca.  $7,5 \cdot 10^{10}$  cm) ist.*

Was nun aber meine Versuche selbst angeht, so beruht die größere Genauigkeit derselben hauptsächlich auf der Anwendung einer besseren „Optik“, zum Teil aber auch auf der Benutzung einer wesentlich stärkeren magnetischen Wirkung, zwei Punkte, auf die hier noch kurz eingegangen werden mag.

In optischer Hinsicht zunächst habe ich 1. die Entfernung zwischen Röntgenröhre und photographischer Platte, die bei Strutt 1 m betrug, auf über 3 m erhöht, 2. als abzubildendes Objekt nicht wie dieser Beobachter einen Draht, sondern einen Spalt benutzt — da dann die photographische Platte weit besser vor den Sekundärstrahlen der Luft geschützt werden kann, und man also auch entsprechend klarere Bilder erhält — und endlich 3. auch nicht wie Strutt als Strahlenquelle direkt die Röntgenröhre in sogenannter „Spaltstellung“, sondern vielmehr einen zweiten, in nächster Nähe der Röhre aufgestellten Spalt benutzt. Denn wenn ich auch seinerzeit selbst die erstere Aufstellungsart der Röntgenröhre, wobei bekanntlich das abzubildende spaltförmige Objekt möglichst in der Verlängerung der Ebene der Antikathode und parallel mit derselben aufgestellt wird, fast gleichzeitig mit Gouy <sup>2)</sup> und unabhängig von diesem empfohlen habe <sup>3)</sup>, so bin ich doch später zu der Ansicht gekommen, daß für Beobachtungen, bei denen es auf die äußerste Genauigkeit ankommt, als Strahlenquelle ein zweiter, demselben parallel gerichteter und nahe bei der Röhre aufgestellter Spalt bei weitem vorzuziehen ist. <sup>4)</sup>

1) Vgl. darüber die folgende Abhandl. Ann. d. Phys. 14. p. 106. 1904.

2) M. Gouy, Compt. rend. 122. p. 1197. 1896.

3) B. Walter, Naturwissensch. Rundschau 11. p. 322. 1896.

4) Übrigens wird man auch in diesem Falle, um die Strahlung der Röhre möglichst auszunutzen, der letzteren eine ähnliche Stellung geben, wie sie sie in der „Spaltstellung“ einzunehmen hat.

Tatsächlich zeigen denn auch meine hier in Frage kommenden Bilder, trotzdem die dabei benutzten Spalte nur etwa 0,2 mm breit waren, und trotzdem die Entfernung der photographischen Platte von dem zweiten Spalte 152 cm betrug, unter einem schwach vergrößernden Mikroskop doch vollkommen deutlich jene beiden Paare von hellen und dunklen Linien, welche die Ränder der Kern- und Halbschatten derartiger Objekte oft mit geradezu frappanter Deutlichkeit einsäumen, und welche auch bekanntlich früher von vielen Beobachtern fälschlicherweise für Beugungserscheinungen der Röntgenstrahlen gehalten, von C. H. Wind<sup>1)</sup> jedoch zuerst als optische Täuschungen erkannt wurden. Gerade diese Linienpaare, die man aber nur bei Anwendung zweier Spalte erhält, bieten nun bei der mikroskopischen Ausmessung der Bilder einen ausgezeichneten Anhalt für die Einstellung der Okularmarke dar, so daß also dadurch die Genauigkeitsgrenze der Beobachtungen um ein erhebliches Stück vergrößert wird.

Als Beweis lasse ich die Resultate der Ausmessung zweier derartiger Bilder folgen, von denen sich das eine (I) aus zwei Teilaufnahmen zusammensetzte, die beide nacheinander bei unveränderter Stellung der Spalte und photographischen Platte mit entgegengesetzt gerichtetem Magnetfelde aufgenommen wurden, während das andere (II) bei unveränderter Stellung der Spalte nach völliger Entmagnetisierung des Elektromagneten auf einer neuen photographischen Platte angefertigt wurde. Es ergab sich zunächst für die ganze Breite des Bildes, die in diesem Falle gleichbedeutend ist mit dem Abstand der inneren Ränder der *hellen* Windschen Linien, in je sechs voneinander vollständig unabhängigen Messungen:

bei I: 0,573, 0,591, 0,580, 0,567, 0,600, 0,561, im Mittel 0,578 mm,  
 „ II: 0,569, 0,576, 0,590, 0,577, 0,578, 0,570, „ „ 0,577 „

und ebenso für den Abstand der äußeren Ränder der *dunklen* Windschen Linien an der Grenze des Kernschattens der beiden Bilder:

bei I: 0,258, 0,238, 0,266, 0,237, 0,273, im Mittel 0,254 mm,  
 „ II: 0,260, 0,252, 0,247, 0,259, 0,248, „ „ 0,253 „

1) C. H. Wind, Kon. Akad. Amsterdam. Juni 24. 1898; Wied. Ann. 68. p. 884. 1899.

Auf Grund dieser Messungen kann man nun wohl behaupten, daß für die beiden Teillaufnahmen des Bildes I (mit entgegengesetztem Magnetfelde) die Verschiebung des Strahlenkegels auf der in 138 cm hinter dem letzten Punkte des Feldes aufgestellten photographischen Platte sicher kleiner als 0,005 mm, für jede dieser Aufnahmen also kleiner als 0,0025 mm gewesen sein muß, eine Zahl, die denn auch weiter unten zur Berechnung des Grenzwertes von  $Hr$  dienen wird.

Hier mag hinsichtlich der Optik meiner Versuche schließlich nur noch das erwähnt werden, daß zur möglichst starren Verbindung der beiden Spalte und der photographischen Platte wieder wie bei meinen Beugungsversuchen mit Röntgenstrahlen<sup>1)</sup> eine lange Metallschiene benutzt wurde, die aber diesmal, wo

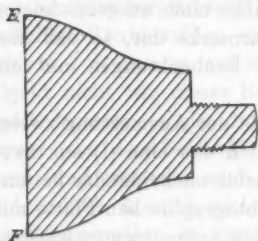


Fig. 1a. ( $\frac{1}{8}$  nat. Gr.)

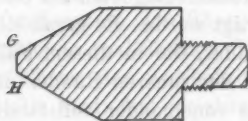


Fig. 1b. ( $\frac{1}{8}$  nat. Gr.)

sie die Nähe eines starken magnetischen Feldes zu durchqueren hatte, nicht aus Eisen, sondern aus Messing bestand und ca. 330 cm lang, 2,5 cm hoch und 1 cm breit war. Oben auf derselben waren die Spalte und die photographische Platte mit geeigneten Metallstücken fest verschraubt; und es wurden ferner auch noch die beiden Enden und die Mitte der Schiene durch hölzerne Schraubzwingen an zwei festen Eichentischen befestigt. Die ganze Expositionszeit betrug übrigens bei jeder solchen Aufnahme nur je eine halbe Stunde.

Als Röntgenröhre diente eine der nach meinen Angaben von C. H. F.

Müller hierselbst konstruierten Wasserkühlröhren, deren Härte, in Benoist-Walterscher Skala<sup>2)</sup> gemessen, zwischen 5 und  $5\frac{1}{3}$  schwankte.

Was sodann das bei diesen Versuchen benutzte *magnetische Feld* angeht, so wurde dasselbe auf Grund einer längeren Reihe von Feldstärkemessungen ausgebildet, die damit endeten,

1) B. Walter, Physik. Zeitschr. 3. p. 137. 1901.

2) B. Walter, Fortschr. auf d. Geb. d. Röntgenstrahlen 6. p. 63. 1902—1903.

für diese Beobachtungen ein Paar von Polschuhen anfertigen zu lassen, wie deren einer in den Figg. 1a und 1b in seinen beiden Hauptschnitten in  $\frac{1}{3}$  natürlicher Größe abgebildet ist. Diese beiden Schuhe wurden an die beiden sich gegenüberstehenden, 16 qcm im Querschnitt haltenden Eisenkerne des Ruhmkorffschen Elektromagneten des Laboratoriums (von Edelmann in München) angeschraubt und in nur 2 mm Abstand voneinander gebracht.

Nur durch eine solche starke Annäherung der beiden Pole im Verein mit der aus Fig. 1b hervorgehenden starken Einschnürung des Eisenquerschnittes erzielt man nämlich das starke magnetische Feld, wie es für diese Versuche wünschenswert ist; und zwar hatte die Feldstärke in meinem Falle der ganzen Länge  $EF$  der Polschuhe nach (10 cm) eine Größe von rund 19 000 Gauss.

Bei den Ablenkungsbeobachtungen mit Röntgenstrahlen wurden die Polschuhe, wie in der Fig. 2 in  $\frac{2}{75}$  nat. Größe angedeutet ist, nahe hinter dem Spalte  $S_2$  angebracht, von dessen Längsausdehnung — wegen des kleinen Abstandes der Polschuhe — natürlich nur ein entsprechend kleiner Teil zur Abbildung gelangte. Die Entfernung der beiden Spalte  $S_1$  und  $S_2$  betrug 174 cm, diejenige der photographischen Platte  $PP$  von  $S_2$  152 cm, die Länge  $y$  der von den Strahlen zwischen den Polschuhen zurückgelegten Strecke war 10,2 cm und der Abstand  $b$  des hintersten Punktes  $B$  dieser Strecke von  $PP$  endlich 138 cm.

Die Aufnahme bei erregtem Magnetfelde zerfiel, wie bereits gesagt, ebenso wie bei Strutt in zwei Teile, bei deren einem die Pole entgegengesetzt magnetisiert wurden wie beim anderen, so daß also dadurch die ablenkende Wirkung doppelt so groß war wie bei einmaliger Magnetisierung. Außerdem wurde noch der Kunstgriff benutzt, den Magnetisierungsstrom jedesmal zunächst bis auf etwa 30 Amp. zu steigern, ihn dann allmählich auf 20 Amp. sinken und hier stehen zu lassen. Man erhält dann wegen des remanenten Magnetismus ein um einige Prozent höheres Feld als bei



Fig. 2.  
( $\frac{2}{75}$  nat. Gr.)



strahlen war nun  $y = 10,2$  cm,  $d < 0,00025$  cm,  $b = 138$  cm,  $H = 19\,000$  Gauss, mithin

$$Hr > 1,1 \cdot 10^{11} [\text{cm-g-sec}],$$

wie bereits oben angegeben wurde.

Schließlich mag noch erwähnt werden, daß sich die Genauigkeitsgrenze dieser Versuche ohne allzu große Mühe noch um ein ziemliches Stück erhöhen läßt, und zwar zeigt die Gleichung (4), daß man dazu neben  $b$  vor allem die Strecke  $y$ , d. h. die Länge des auf die Strahlen wirkenden Magnetfeldes zu vergrößern hat, wobei man aber natürlich, um nicht wieder an magnetischer Feldstärke zu verlieren, entweder die Breite  $G H$  (Fig. 1b) dieses Feldes entsprechend verschmälern muß oder, was empfehlenswerter ist, einen Elektromagneten zu benutzen hat, der von vornherein einen größeren Eisenquerschnitt besitzt.

Für die 10fache Größe des oben zur Anwendung gekommenen Wertes von  $y$  z. B. würde man bei gleichen Werten von  $b$  und  $H$  die Genauigkeitsgrenze der Beobachtungen noch wieder um mehr als das 16fache erhöhen.

Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, im Januar 1904.

(Eingegangen 1. Februar 1904.)



### 6. Über die Stefansche Theorie starker magnetischer Felder; von B. Walter.

Bekanntlich sind von J. Stefan<sup>1)</sup> Formeln aufgestellt worden, durch welche sich die magnetische Feldstärke in der Mitte zwischen den beiden einander gegenüberstehenden, entgegengesetzt magnetisierten, zylindrischen Polen eines möglichst stark erregten Elektromagneten berechnen lassen soll — und zwar nicht bloß für den Fall, daß diese Pole mit zwei, senkrecht zu ihrer gemeinschaftlichen Achse stehenden Endflächen versehen sind („Flachpole“), sondern auch für den, daß man denselben eine konische Zuspitzung gegeben hat. Im letzteren Falle kommt besonders ein Kegel in Frage, dessen halber Öffnungswinkel  $\alpha = 54^\circ 44'$  ist, da für diesen die Intensität in der Mitte des Feldes nach der Stefanschen Theorie ein Maximum wird.

Zur Prüfung jener Formeln haben dann P. Czermak und V. Hausmaninger<sup>2)</sup> eine umfangreiche Experimentaluntersuchung angestellt, dabei jedoch eine so schlechte Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung gefunden, daß deswegen die erstere auch heute noch allgemein als eine nur sehr rohe Annäherung an die Wirklichkeit gilt. Eigentümlicherweise ist es nun aber den genannten Beobachtern entgangen, daß die *Stefansche Theorie doch in einem gewissen Falle — und zwar gerade demjenigen, bei welchem es sich um die allerstärksten Felder handelt — tatsächlich zutrifft.*

Der Beweis für diese Behauptung läßt sich, wie ich weiter unten zeigen werde, nicht bloß aus den betreffenden Angaben der Beobachter selbst sondern auch aus einer Messung von H. du Bois<sup>3)</sup> führen, trotzdem der letztere ausdrücklich das

1) J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien IIa. 97. p. 176. 1888; Wied. Ann. 38. p. 440. 1889.

2) P. Czermak u. V. Hausmaninger, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. IIa. 98. p. 1142. 1889.

3) H. du Bois, Wied. Ann. 51. p. 537. 1894; Magnetische Kreise, p. 288. 1894.



Gegenteil behauptet. Diese doppelte Bestätigung der Theorie ist aber um so wertvoller, als es sich bei den erstgenannten Beobachtern um eine halbe Kegelöffnung  $\alpha = 36^\circ 48,5'$  handelte, während bei du Bois dieser Winkel gleich  $60^\circ$  war, so daß mithin die Theorie — unter der später zu erörternden Bedingung — schon für ein ziemlich großes Bereich dieses Winkels als richtig angesehen werden kann.

Was nun aber zunächst die Stefanschen Formeln selbst angeht, so gründen sich dieselben auf der Voraussetzung, daß das in Frage kommende Eisen bis zum überhaupt möglichen Maximum magnetisiert sei, d. h. daß die Achsen aller Elementarmagnete des Eisens der Achse des Elektromagneten selbst parallel gerichtet sind. In diesem Falle ist nämlich die Wirkung der beiden Pole des letzteren eine solche, als ob ihre Endflächen mit einer gleichmäßigen magnetischen Dichte  $\mu$ , die eine positiv, die andere negativ, belegt seien, wo  $\mu$  das Maximum des magnetischen Momentes ist, welches die Volumeneinheit Eisen annehmen kann, eine Größe, die zuerst von C. Fromme auf ungefähr 1700 Gauss (C.G.S.-Einh.) bestimmt wurde.<sup>1)</sup>

Unter dieser Voraussetzung findet nun Stefan durch sehr einfache Betrachtungen für die Mitte zwischen zwei gleichen, sich im Abstände  $2a$  gegenüberstehenden Flachpolen vom Radius  $r$  die Feldstärke

$$(1) \quad H = 4\pi\mu \left(1 - \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}}\right)$$

und ferner für den Mittelpunkt zweier gleicher, konisch zugespitzter Pole, deren halber Öffnungswinkel  $\alpha = 54^\circ 44'$  (Maximum der Feldstärke) ist, und die so gestellt sind, daß ihre Kegelflächen nach diesem Mittelpunkte hin konvergieren, während ihre Spitzen soweit abgeschnitten sind, daß der Abstand ihrer Vorderflächen wieder  $2a$  beträgt:

$$(2) \quad H = 4\pi\mu \left(1 + \frac{2}{3\sqrt{3}} \log \text{nat} \frac{r}{a} - \frac{1}{3\sqrt{3}} \log \text{nat} 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$

oder zusammengezogen:

$$(2') \quad H = 4\pi\mu \left(0,2893 + 0,8863 \log \frac{r}{a}\right),$$

wo jetzt  $\log$  den gewöhnlichen Briggschen Logarithmus bedeutet.

1) C. Fromme, Wied. Ann. 13. p. 695. 1881; 33. p. 234. 1888.

Czermak und Hausmaninger haben nun jedoch ihre Versuche mit zwei konischen Polen angestellt, welche den der Formel (2) zugrunde liegenden Voraussetzungen weder hinsichtlich des Öffnungswinkels des Kegels noch auch in bezug auf die gegenseitige Stellung der beiden Pole entsprachen, und sie mußten daher die Stefansche Theorie einerseits auf beliebige Öffnungswinkel  $\alpha$  und andererseits auch auf beliebige gegenseitige Stellungen der Pole erweitern. Sie berechneten daher — unter Benutzung derselben Voraussetzungen wie Stefan — die Feldstärke  $H$  für den Mittelpunkt  $M$  zwischen zwei gleichen konischen Polen, die, wie in Fig. 1, für einen

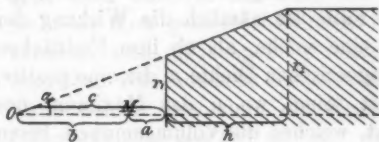


Fig. 1.

derselben angedeutet ist, beiderseits symmetrisch zu  $M$  aufgestellt sind, im übrigen aber einen beliebigen halben Öffnungswinkel  $\alpha$  haben und auch nach zwei beliebigen, aber natürlich symmetrisch zu  $M$

liegenden Punkten der Achse hin konvergieren, von denen der eine in der Fig. 1 in  $O$  angegeben ist. Sie fanden dann:

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} H &= 4 \pi \mu \left[ 1 - \frac{a}{\sqrt{r_1^2 + a^2}} + \sin^2 \alpha \left\{ \frac{2c - b}{\sqrt{r_1^2 + a^2}} - \frac{2(c + h) - b}{\sqrt{r_2^2 + (h + a)^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos \alpha \cdot \log \text{nat} \frac{\sqrt{r_2^2 + (h + c)^2} + \sqrt{r_2^2 + (h + a)^2} - b \cos \alpha}{\sqrt{r_1^2 + c^2} + \sqrt{r_1^2 + a^2} - b \cos \alpha} \right\} \right], \end{aligned} \right.$$

worin  $a, b, c, h, r_1, r_2$  und  $\alpha$  die aus der Fig. 1 ersichtliche Bedeutung haben.

In diesem Ausdruck stellen die beiden ersten Glieder in der eckigen Klammer, wie auch der Vergleich mit Formel (1) lehrt, die Wirkung der beiden vorderen Kreisflächen der Pole (Radius  $r_1$ ), das dritte Glied dagegen diejenige der beiden Kegelflächen dar. Für  $b = 0$ , d. h.  $c = a$ , wo die Kegelflächen nach  $M$  hin konvergieren, wird

$$(4) \quad H = 4 \pi \mu \left[ 1 - \cos \alpha \left\{ 1 - \sin^2 \alpha \log \text{nat} \frac{r_2}{r_1} \right\} \right],$$

ein Ausdruck, der für  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  (Stefanscher Maximalwinkel) in denjenigen der Gleichung (2) übergeht.

Für die Beobachtungen von Czermak und Hausmaninger

kommt nun aber, wie bereits erwähnt, die allgemeine Formel (3) in Frage; und zwar war bei ihnen stets  $c > a$ . Die Dimensionen ihrer Kegelstütze waren nämlich

$$r_1 = 1,035 \text{ cm}; \quad r_2 = 3,265 \text{ cm}; \quad h = 2,98 \text{ cm},$$

woraus sich zunächst

$$\alpha = 36^\circ 48,5' \quad \text{und} \quad c = 1,383 \text{ cm}$$

berechnet. Die Größen  $a$  andererseits nahmen die Beobachter in vier verschiedenen Messungsreihen zu bez. 0,05, 0,1, 0,25 und 0,5 cm, und sie bestimmten dann die Feldstärke mitten zwischen den Polen jedesmal für vier verschiedene Werte des Magnetisierungsstromes.

Das stärkste Feld, welches sie bei Anwendung der beschriebenen konischen Pole erreichen konnten, ergab sich für  $a = 0,05 \text{ cm}$  zu

$$H = 28760 \text{ Gauss},$$

wobei der von der Magnetisierungsspule selbst herrührende Wert der Feldstärke, der übrigens stets weniger als 2 Proz von dem durch die Eisenkerne bewirkten betrug, bereits abgezogen ist.

Nach der Formel (3) berechnet sich nun aber mit den oben angegebenen Dimensionen der Pole für  $a = 0,05 \text{ cm}$

$$H = 4\pi\mu \cdot 1,327 \text{ Gauss},$$

so daß sich demnach hieraus, wenn man für  $H$  den soeben angegebenen, durch die Beobachtung gefundenen Wert einsetzt,

$$\mu = 1725 \text{ Gauss},$$

ergibt. Das ist aber zufällig genau dieselbe Zahl, welche Fromme in der zweiten seiner oben angeführten Abhandlungen (p. 235) als den wahrscheinlichsten Wert von  $\mu$  annimmt, so daß mithin die Stefansche Theorie bei der in Rede stehenden Polform und Poldistanz nicht bloß annähernd sondern ganz genau zutrifft.

Daß sie aber ferner bei ähnlichen Polabständen auch noch für wesentlich größere Öffnungswinkel gilt, läßt sich nun, wie bereits gesagt, auch noch aus den Versuchsergebnissen von du Bois nachweisen. Für die Pole desselben war nämlich

$$r_1 = 0,15 \text{ cm}; \quad r_2 = 5,0 \text{ cm}; \quad \alpha = 60^\circ,$$

woraus sich zunächst

$$c = 0,0866 \text{ und } h = 2,800 \text{ cm}$$

ergibt.

Die Feldstärkemessungen wurden in diesem Falle nach der Quinckeschen Steighöhenmethode mit einem sehr dünnwandigen Steigrohr gemacht, dessen lichte Weite 0,2 cm war; und es wurden dabei die Pole soweit als möglich zusammengeschoben. Die Größe  $a$  der Fig. 1 war demnach in diesem Falle etwas größer als 0,1 cm. Setzen wir sie zunächst *gleich* 0,1 cm, so liefert die Formel (3) mit den obigen Poldimensionen sowie für  $\mu = 1725$  einen theoretischen Wert der Feldstärke von

$$H = 38400 \text{ Gauss.}$$

*Beobachtet* wurde nun von du Bois  $H = 38000$  Gauss, eine Zahl, von der allerdings noch der von der Magnetisierungsspule herrührende Teil der Wirkung, den du Bois auf p. 280 seines Buches (p. 540 seiner Abhandlung) zu 860 Gauss berechnet, in Abzug zu bringen ist, so daß also für die Eisenkerne allein der beobachtete Wert sich auf

$$H = 37140 \text{ Gauss}$$

stellt. Diese Zahl bleibt nun aber nicht, wie du Bois an den genannten beiden Stellen behauptet, „um mehrere Tausend Einheiten“ hinter dem theoretischen Werte zurück, sondern sie unterscheidet sich selbst von dem oben berechneten Werte von  $H$ , der doch — wegen des zu klein angenommenen Wertes von  $a$  — sicher noch zu hoch war, nur um 1260 Einheiten. Diese Differenz verschwindet aber vollends, wenn man noch berücksichtigt, daß die Werte von  $H$  in diesem Falle mit zunehmendem Werte von  $a$  *ganz außerordentlich schnell abnehmen*. Für  $a = 0,12$  cm z. B. — bei welcher Annahme also die Dicke der Glaswandung der du Boisschen Kapillare immer noch  $< 0,2$  mm, d. i. etwa die Dicke der Buchstaben des Druckes dieser Annalen, sein mußte — wird der theoretische Wert von  $H$  nur noch 37050 Gauss, d. h. also schon kleiner als der von du Bois beobachtete Wert.

Aus dem Obigen ersieht man demnach, daß, um in diesem Falle einen *genaueren* Vergleich zwischen Theorie und Wirklichkeit vorzunehmen, in erster Linie eine genauere Bestimmung des Abstandes der beiden Pole notwendig gewesen wäre; da

dies aber nicht geschehen ist, so kann also die du Boissche Beobachtung auch nur zur angenäherten Prüfung der Theorie dienen.

Bei einer solchen Prüfung können wir aber statt der etwas unbequemen Formel (3) auf die du Boissche Beobachtung auch ohne Bedenken die für die theoretische Maximalwirkung gültige, viel einfachere Formel (2) anwenden, und finden dann in wenigen Minuten, daß bei  $\mu = 1725$  und  $r = 5,0$  cm für  $a = 0,10$  bez.  $0,12$  cm, der Wert von  $H$  bez. 38900 und 37390 Gauß wird, zwei Zahlen, von denen selbst die größere, die doch sicher wieder zu groß ist, den oben angegebenen, beobachteten Wert nur um 1760 Gauss übertrifft.

Es bleibt nun aber noch ein anderer scheinbarer Widerspruch zwischen Theorie und Beobachtung übrig, der schon von J. A. Ewing und W. Low<sup>1)</sup> gefunden und auch von du Bois, l. c., bestätigt wurde, und der darin besteht, daß sich bei diesen Beobachtungen der maximale Wert der Feldstärke nicht, wie die Theorie es zu verlangen scheint, für einen halben Kegelwinkel  $\alpha = 54^\circ 44'$  sondern für einen solchen zwischen  $57$  und  $63^\circ$  ergibt. Dieser Widerspruch löst sich indessen dadurch, daß die oben angeführten theoretischen Formeln sich immer nur auf einen bestimmten Punkt der Achse beziehen, während bei den Beobachtungen natürlich stets ein größerer Komplex von Punkten in Frage kommt.

Bei Berücksichtigung dieses Umstandes ergibt nämlich auch die Theorie, daß die maximale Wirkung tatsächlich für einen Winkel eintreten muß, der etwas  $> 54^\circ 44'$  ist. Um dies zu zeigen, seien in der Fig. 2 zwei gleiche und parallele Kreisringe mit dem Radius  $r$  angenommen, deren Ebenen auf der Achse  $AA'$  des Elektromagneten senkrecht stehen, die den Abstand  $2x$  voneinander haben, und deren Peripherien mit gleichen und entgegengesetzten magnetischen Massen

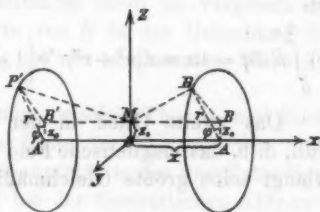


Fig. 2.

1) J. A. Ewing u. W. Low, Phil. Trans. 180 (A), p. 221. 1889.

belegt seien, und zwar seien in den beiden symmetrisch liegenden Punkten  $P$  und  $P'$  diese Massen bez.  $+m$  und  $-m$ . Es soll dann die Feldstärke nicht wie bisher stets für den mitten zwischen ihnen gelegenen Punkt  $O$ , den Anfangspunkt unseres Koordinatensystems, sondern für einen auf der  $z$ -Achse um  $x_0$  von  $O$  entfernt liegenden Punkt  $M$  bestimmt werden. Es läßt sich nun leicht zeigen, daß die Resultante der beiden von  $P$  und  $P'$  auf  $M$  wirkenden Kräfte in die Richtung  $MB$  fällt und ihrer Größe nach

$$R = \frac{2mx}{MP^2} = \frac{2mx}{\sqrt{(x^2 + r^2 + x_0^2 - 2rx_0 \cos \varphi)^3}}$$

ist, wo  $\sphericalangle PAB = \varphi$ .

Entwickelt man diesen Ausdruck nach Potenzen von  $x_0$ , so ergibt sich, wenn man mit  $x_0^2$  aufhört,

$$R = 2mx(x^2 + r^2)^{-3/2} \left[ 1 + \frac{3rx_0 \cos \varphi}{x^2 + r^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{x_0^2}{x^2 + r^2} + \frac{15}{2} \frac{r^2 x_0^2 \cos^2 \varphi}{(x^2 + r^2)^2} + \dots \right].$$

Um die Wirkung der beiden ganzen Kreise zu erhalten, hat man von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = 2\pi$  zu integrieren und erhält, da

$$\int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi = 0 \quad \text{und} \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = \pi$$

ist,

$$(5) \int_0^{2\pi} R d\varphi = 4\pi mx(x^2 + r^2)^{-3/2} \left[ 1 - \frac{3}{4} \frac{x_0^2}{(x^2 + r^2)^2} (2x^2 - 3r^2) + \dots \right].$$

Das zweite Glied in der eckigen Klammer wird gleich Null, d. h. das magnetische Feld in der Umgebung des Punktes  $O$  erlangt seine größte Gleichmäßigkeit, wenn

$$2x^2 = 3r^2 \quad \text{oder} \quad r = x\sqrt{\frac{2}{3}},$$

oder — wenn wir wie früher den  $\sphericalangle POA$  mit  $\alpha$  bezeichnen — wenn

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{x} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

oder endlich, wenn  $\alpha = 39^\circ 14'$  ist. Es ist dies derselbe Winkel, der schon von Tanakadate<sup>1)</sup> auf anderem Wege gefunden wurde, und der also bei zwei einander gegenüberstehenden kegelförmigen Polen, selbst wenn dieselben — von der gemeinschaftlichen Spitze aus betrachtet — mit veränderlicher magnetischer Dichte belegt sind, für die Umgebung ihres gemeinschaftlichen Mittelpunktes ein möglichst gleichförmiges Feld gibt. Alles dieses folgt natürlich sehr einfach durch mehrmalige Anwendung der Gleichung (5) auf die einzelnen Paare von Kreisringen, aus denen zwei solche Kegel zusammengesetzt werden können.

Die Gleichung (5) zeigt nun aber weiter, daß für  $3r^2 > 2x^2$  oder  $\alpha > 39^\circ 14'$  das zweite Glied in der eckigen Klammer positiv, d. h. also daß die Feldstärke in der Umgebung der Achse dann *größer* wird als in  $O$  selbst — und zwar wird dieser Unterschied mit wachsendem Winkel  $\alpha$  immer größer. In diesem letzteren Umstande aber liegt es nun auch begründet, warum sich bei den *Beobachtungen* mit kegelförmigen Polen der maximale Wert der Feldstärke nicht für diejenige Kegelöffnung ergibt, für welche dieselbe nach der Theorie im Punkte  $O$  ein Maximum wird, sondern für einen etwas größeren Winkel; denn, wenn für den letzteren auch die Wirkung in  $O$  selbst schon wieder ein wenig kleiner geworden ist als für den sogenannten Maximalwinkel selbst, so ist doch diese Abnahme — da es sich ja hier um einen Umkehrpunkt handelt — verhältnismäßig klein im Vergleich mit der Zunahme, welche die Werte von  $H$  in der Umgebung des Punktes  $O$  nach der Gleichung (5) mit wachsendem Winkel  $\alpha$  erhalten.

Die Ursache der Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung liegt also in diesem Falle nicht etwa, wie z. B. Ewing in seinem Lehrbuche behauptet<sup>2)</sup>, in der unvollständigen Sättigung der Pole, denn auch bei der theoretischen Ableitung des Maximalwinkels kommt — ebenso wie bei der des Winkels des gleichförmigsten Feldes — eine etwaige ungleichförmige

1) Vgl. J. A. Ewing u. W. Low, l. c., p. 229.

2) J. A. Ewing, Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen. Deutsch von I. Holborn u. St. Lindeck, p. 139. Berlin u. München 1892.



Verteilung des Magnetismus von einem Kreisring zum anderen nicht in Betracht.

Kann nun aber somit die Gültigkeit der Stefanschen Theorie für konische Pole, deren Öffnungswinkel zwischen  $37^\circ$  und  $60^\circ$  liegt und deren Abstand kleiner als 2 mm ist, als richtig angesehen werden, so werden wir nunmehr auch kein Bedenken tragen, die weiteren sich hier (noch ergebenden Konsequenzen der Theorie zu ziehen. Dabei ergibt sich dann zunächst, daß der von du Bois gemessene Wert der Feldstärke von 38000 Gauss, den derselbe als ein kaum zu überschreitendes Maximum hinstellt, durchaus nicht als ein solches gelten kann, da man ja nur die beiden Pole des Elektromagneten noch näher zusammen zu schieben braucht, um nach der Formel (2') für ihren Mittelpunkt auch entsprechend höhere Werte von  $H$  zu erhalten. Ja, für  $a=0$  liefert diese Formel, wie auch bereits Stefan, l. c., erwähnt hat,  $H=\infty$ , einen Wert, der allerdings nur für einen Punkt des Feldes gelten würde.

Es mag dahingestellt bleiben, ob die Theorie wirklich bis zu dieser ihrer letzten Konsequenz hin richtig ist; von Interesse dürfte es aber sein, die Werte von  $H$  kennen zu lernen, welche die Formel (2') für einige Werte von  $a$  liefert, die noch kleiner als 0,1 cm sind, wobei stets  $r=5$  cm (Radius der du Boisschen Eisenkerne) und  $\mu=1725$  Gauss angenommen ist. Es ergibt sich dann für

$a =$	0,05	0,02	0,01 cm
$H =$	44 700	52 300	58 100 Gauss

Mit abnehmendem Polabstand wird allerdings der Radius der Endflächen der beiden Pole, d. h. also auch der Querschnitt  $q$  des zwischen ihnen liegenden Luftfeldes immer kleiner; und zwar berechnet sich dieser Querschnitt für den hier in Frage kommenden Maximalwinkel aus der oben angegebenen Größe  $a$  durch die Formel  $q = 2\pi a^2$ , so daß selbst für  $a=0,05$  cm der in Rede stehende Querschnitt nur 1,6 qmm, für  $a=0,01$  cm aber nur 0,06 qmm wird.

Eine andere Folgerung der obigen Darlegungen ist die, daß ein Elektromagnet Ruhmkorffscher Form — denn einen



solchen benutzten Czermak und Hausmaninger — hinsichtlich des damit zu erreichenden Maximalwertes der Feldstärke bei gleichem Eisenquerschnitt der Polkerne auch genau oder doch wenigstens sehr annähernd dasselbe leistet wie der eigens zu diesem Zwecke konstruierte du Bois'sche Elektromagnet mit ringförmigem Eisenkern; denn mit beiden Apparaten ergab sich eben bei Anwendung konischer Pole sowie eines Polabstandes von 1—2 mm der theoretische Sollwert, d. h. das denkbar Mögliche; und wenn auch der von den österreichischen Beobachtern gefundene Maximalwert von 29210 Gauss — wobei jetzt die Wirkung der Spulen mitgerechnet ist — erheblich kleiner war als der von du Bois gemessene Wert von 38000 Gauss, so lag dies doch offenbar nur daran, daß die Pole der ersteren eben nicht die zur Erreichung der maximalen Wirkung notwendige Form hatten.

Kommen wir nun aber schließlich noch zu den *Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung*, so habe ich, um die mit dem Polabstand zunehmende Größe dieser Abweichungen möglichst anschaulich darzustellen, nach den Beobachtungen von Czermak und Hausmaninger die folgenden Tab. I und II berechnet, von welchen die erstere für die konischen und die letztere für die flachen Pole dieser Beobachter gilt, und wo in der ersten Horizontalreihe die Größe  $a$ , d. h. die Hälfte der von ihnen gewählten Polabstände, in der zweiten die zugehörigen nach den Formeln (3) bez. (1) berechneten Werte von  $H/4\pi\mu$ , in der dritten das Verhältnis  $H_a/H_{0,05}$ , d. h. das Verhältnis der übrigen Werte von  $H$  zu dem zweitgrößten von ihnen, für  $a = 0,05$  cm geltenden, in der vierten die von den Beobachtern bei der größten von ihnen angewandten Magnetisierungsstromstärke (30 Amp.) gemessenen Galvanometerausschläge  $\alpha$ , in der fünften wieder das Verhältnis  $\alpha_a/\alpha_{0,05}$  und in der sechsten endlich die Größe

$$\delta = 100 \left( \frac{H_a}{H_{0,05}} - \frac{\alpha_a}{\alpha_{0,05}} \right) : \frac{\alpha_a}{\alpha_{0,05}}$$

angegeben ist. Diese letztere Größe sagt uns nämlich, um wieviel Prozent das Verhältnis der beobachteten Galvanometerausschläge, das auch das Verhältnis der beobachteten Feldstärken darstellt, hinter dem berechneten Werte dieses Verhältnisses zurückbleibt.

Tabelle I.  
Konische Pole.

$a$	0	0,05	0,1	0,25	0,5 cm
$H/4\pi\mu$	1,8624	1,8267	1,2900	1,1758	0,9879
$H_a/H_{0,05}$	1,0269	1	0,9724	0,8863	0,7446
$\alpha$	—	131,27	124,58	102,06	74,16
$\alpha_a/\alpha_{0,05}$	—	1	0,9491	0,7775	0,5650
$\delta$	—	0,0	2,455	13,99	81,81

Tabelle II.  
Flachpole.

$a$	0	0,05	0,1	0,25	0,5 cm
$H/4\pi\mu$	1	0,9847	0,9694	0,9237	0,8486
$H_a/H_{0,05}$	1,0155	1	0,9845	0,9380	0,8618
$\alpha$	—	78,23	71,96	56,97	44,51
$\alpha_a/\alpha_{0,05}$	—	1	0,9199	0,7283	0,5690
$\delta$	—	0,0	7,023	28,81	51,47

Betrachten wir nun hier zunächst die Tab. I, so wissen wir nach dem Obigen, daß für  $a = 0,05$  cm der beobachtete Wert von  $H$  mit dem theoretischen übereinstimmt, so daß mithin hier die in der letzten Horizontalreihe der Tabelle enthaltenen Größen  $\delta$  für die größeren Abstände direkt den Unterschied zwischen Beobachtung und Theorie in Prozenten des beobachteten Wertes angeben. Man sieht, daß dieser Unterschied mit zunehmendem Polabstand ganz außerordentlich schnell ansteigt.

Ähnliches ergibt sich dann nach der Tab. II auch für Flachpole; jedoch kommt noch hinzu, daß hier auch schon die berechnete Größe  $H_{0,05}$  selbst sich sehr wesentlich von dem durch die Beobachtung gefundenen Werte unterscheidet. Die Größe dieses Unterschiedes läßt sich übrigens auf Grund eines Vergleiches beider Tabellen unmittelbar angeben. Bezeichnen wir nämlich die Werte der Tab. I mit  $H'$  und  $\alpha'$ , die der Tab. II mit  $H''$  und  $\alpha''$ , so wird

$$\frac{H'_{0,05}}{H''_{0,05}} = 0,7422,$$

dagegen

$$\frac{\alpha'_{0,05}}{\alpha''_{0,05}} = 0,5960,$$

so daß also

$$\delta_0 = 100 \left( \frac{H'_{0,05}}{H''_{0,05}} - \frac{\alpha'_{0,05}}{\alpha''_{0,05}} \right) : \frac{\alpha'_{0,05}}{\alpha''_{0,05}} = 24,54$$

wird.

In Worte ausgedrückt, heißt dies, daß der theoretische Wert der Feldstärke für Flachpole den beobachteten selbst bei stärkstem Magnetisierungsstrom und nur 0,1 cm Polabstand doch um 24,5 Proz. des Wertes des letzteren übersteigt, eine Differenz, die sich dann bei weiterer Vergrößerung des Polabstandes noch um die in der Tab. II unter  $\delta$  angegebenen Größen vermehrt.

Mit Rücksicht auf die der Stefanschen Theorie zugrunde liegenden Annahmen können wir schließlich das Resultat aller dieser Untersuchungen auch so ausdrücken, daß es bei Anwendung eines überall gleichmäßigen Eisenquerschnittes (Flachpolen) selbst unter Benutzung der größten Stromstärken und des engsten Polabstandes auch nicht annähernd möglich ist, das Eisen eines Elektromagneten bis zu seiner vollständigen Sättigung zu magnetisieren, und daß diese Möglichkeit mit zunehmendem Abstand der Pole immer mehr schwindet. Dagegen gelingt diese vollkommene Sättigung tatsächlich bei Anwendung einer konischen Einschnürung des Eisenquerschnittes bis auf mindestens  $\frac{1}{10}$  seiner ursprünglichen Größe, wenn man gleichzeitig die Stirnflächen der Kegel einander bis auf einen Abstand von weniger als 2 mm nähert. Sie wird aber auch in diesem Falle wieder nicht mehr möglich, wenn man den Abstand der Pole vergrößert.

Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, im Januar 1904.

(Eingegangen 1. Februar 1904.)

## 7. Über das Funkenpotential in Chlor, Brom und Helium; von F. Ritter.

§ 1. Funkenpotential ist die kleinste Potentialdifferenz, welche zwischen zwei Elektroden die Funkenentladung herbeiführt; es hängt ab von der Gestalt und dem Abstand der Elektroden (Schlagweite) und wächst bei einem Gase im allgemeinen mit zunehmendem Drucke ( $p$ ) und steigender Schlagweite ( $\delta$ ). Trägt man für ein beliebiges  $\delta$  den Druck  $p$ , für ein beliebiges  $p$  die Schlagweite  $\delta$  als Abscisse, das zugehörige Funkenpotential  $F$  jedesmal als Ordinate auf, so erhält man gewöhnlich schwach gekrümmte, hyperbelartige Kurven, die ihre konkave Seite der Abscissenachse zukehren.

Ist das Funkenpotential in Luft  $A$ , im Gase  $G$  unter gleichen Bedingungen (der Schlagweite und des Druckes)  $B$ , dann nennen Baille<sup>1)</sup>, Paschen<sup>2)</sup> und Wolf<sup>3)</sup> den Quotienten  $A/B$  die spezifische elektrische Festigkeit des Gases  $G$  in bezug auf Luft. Die so definierte Größe ist für das Gas aber nicht charakteristisch; sie ändert sich mit  $\delta$  und  $p$ , und nähert sich mit zunehmendem  $\delta$  und  $p$  einem Grenzwert.

Nach Orgler<sup>4)</sup> muß man das Funkenpotential  $A$  in Luft und  $B$  im Gase  $G$  in zwei Teile zerlegen, so daß

$$A = a + \alpha,$$

$$B = b + \beta.$$

$a$  und  $b$  sind die zur Durchbrechung der Gasschichten nötigen Spannungen,  $\alpha$  und  $\beta$  dagegen dienen zur Überwindung eines Übergangswiderstandes zwischen Elektrode und Gas. Von der

1) M. Baille, Ann. de phys. et chim. (5) 29. p. 181. 1883.

2) F. Paschen, Wied. Ann. 37. p. 69. 1889.

3) M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 306. 1889.

4) A. Orgler, Inaug.-Diss. Berlin 1899.

Schlagweite ist  $\alpha$  und  $\beta$  unabhängig. Die wahre spezifische elektrische Festigkeit des Gases  $G$  ist demnach

$$k = \frac{a}{b} = \frac{A - \alpha}{B - \beta} = \frac{\frac{dA}{d\delta}}{\frac{dB}{d\delta}}.$$

Bei der schwachen Krümmung der Kurven, die das Funkenpotential als Funktion der Schlagweite darstellen, können die Differentiale durch die Differenzen benachbarter Werte ersetzt werden, so daß

$$k = \frac{\frac{A_1 - A_2}{\delta_1 - \delta_2}}{\frac{B_1 - B_2}{\delta_1 - \delta_2}} = \frac{A_1 - A_2}{B_1 - B_2}$$

wird.

Diese Methode ist von Orgler angewandt worden auf  $H_2$ ,  $CO_2$ ,  $O_2$ , Luft,  $N_2$  und lieferte bei verschiedenen Schlagweiten und Drucken gut übereinstimmende Werte von  $k$ . Diese Werte sind für

$H_2 = 0,563$	Luft = 1,000
$CO_2 = 0,888$	$N_2 = 1,050$
$O_2 = 0,888$	

und stimmen mit dem Grenzwert des Quotienten  $A/B$  überein, indem

$$\lim_{A \text{ u. } B \text{ groß}} \frac{A - \alpha}{B - \beta} = \frac{A}{B}.$$

Da die Differenz der Funkenpotentiale wenig verschiedener Schlagweiten in Rechnung kommt, erfordert die Orglersche Methode genaue Bestimmung der Entladungsspannung, und ihre Anwendung war erst möglich, nachdem E. Warburg<sup>1)</sup> gezeigt hatte, wie man nach Aufhebung der Verzögerung stets ein scharf bestimmbares Funkenpotential erhalten kann.

§ 2. Ich habe nach der Orglerschen Methode  $H_2$ ,  $CO_2$ ,  $C_2H_4$  untersucht, für die beiden ersten Gase die Orglerschen Werte 0,56 und 0,89 bestätigt gefunden, für  $C_2H_4$  1,086 als

1) E. Warburg, Wied. Ann. 62. p. 85. 1897.

spezifische elektrische Festigkeit bestimmt. Durch die Versuche, die ich mir mitzuteilen erlaube, sollte geprüft werden, ob die Orglersche Methode auch auf Gase anwendbar ist, deren elektrische Festigkeit erheblich größer oder kleiner ist als die der Luft. Es wurden daher die Gase Chlor und Brom einerseits und Helium andererseits gewählt.

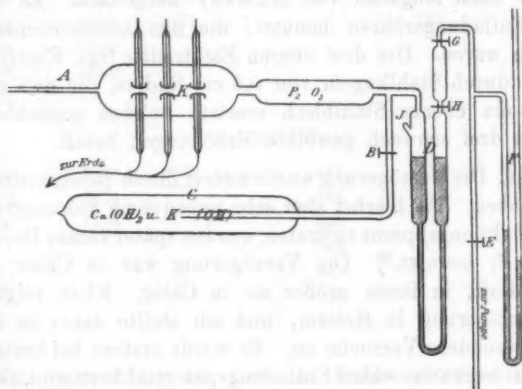
Zu den Messungen in Chlor und Brom diente ein Rohr von 6 cm Durchmesser und 25 cm Länge, in dem sechs Elektroden befestigt waren. Von diesen waren die drei unteren dauernd, zwei von den oberen zeitweilig mit der Erde verbunden, während die sechste auf das zu messende Potential geladen wurde (vgl. Figur). In die Erdleitung war ein Wasserwiderstand eingeschaltet, damit die Oberfläche der Elektroden nicht durch zu starke Funken beschädigt wurde. Die Elektroden waren Platinkalotten mit einem Kugelradius von 1,5 cm, und standen sich in Entfernungen von 0,1 bis 0,3 cm gegenüber, so daß das elektrische Feld in der Mitte als nahezu homogen gelten konnte.

Die elektrische Spannung wurde so erzeugt, daß eine kleine Wimshurstmaschine, die mit der Hand gedreht wurde, durch einen hohen Anilin-Xylol-Widerstand hindurch eine Batterie von drei Leidener Flaschen (Höhe der Belegungen 35 cm, Durchmesser 20 cm) äußerst langsam lud. Mit der inneren Belegung der Batterie stand die zu ladende Elektrode in Verbindung. Bei Potentialdifferenzen unter 1000 Volt wurde die Wimshurstmaschine durch einen Motor mit konstanter Geschwindigkeit gedreht und ein veränderlicher Widerstand aus Xylol-Anilin, der die innere Belegung der Batterie zur Erde ableitete, langsam erhöht.

Die im Augenblick der Entladung herrschende Spannung wurde durch ein Braunsches Elektrometer gemessen. Hr. Orgler<sup>1)</sup> hatte dieses Instrument geeicht und schon für seine Messungen benutzt. Kleinere Spannungen (etwa bis 1000 Volt) wurden durch ein Thomsonsches Quadrantelektrometer Warburgscher Konstruktion in idiostatischer Schaltung gemessen.

1) Nähere Angaben über Eichung und Einrichtung des Instrumentes vgl. A. Orgler, Inaug.-Diss. Berlin 1899.

§ 3. Das Chlorgas wurde elektrolytisch aus  $\text{HCl}$  oder  $\text{NaCl}$  entwickelt, durch  $\text{CaCl}_2$  und  $\text{P}_2\text{O}_5$  getrocknet. Vor der Fällung wurde der ganze Apparat (Figur) durch das Rohr bei  $E$  und durch ein zweites bei  $J$  angesetzt, nach dem Auspumpen abgeschmolzenes Rohr ausgepumpt. Alle gezeichneten Hähne standen während dieser Zeit offen. Die Hähne  $H$  und  $B$  wurden nun geschlossen, bei  $A$  wurde Chlor hineingeleitet, bei  $E$  Luft. Durch passendes Schließen und Öffnen der Hähne  $G$  und  $H$  konnte man auf beiden Seiten des Manometers  $D$  die Schwefelsäure gleich hoch halten. Wenn  $K$  bis Atmosphärendruck gefüllt war, wurde bei  $A$  abgeschmolzen.



$C$  ist ein Absorptionsgefäß mit Stücken von  $\text{KOH}$  und  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ . Um den Druck im Entladungsrohr  $K$  zu vermindern, wurde zunächst bei  $E$  so lange Luft fortgepumpt, bis man am Quecksilbermanometer  $F$  den gewünschten Druck mittels Kathetometers ablas. Alsdann wurde der Hahn  $B$  geöffnet. Mit Hilfe der Hähne  $H$  und  $G$  stellte man fest, auf welcher Seite von  $D$  der Druck größer war; wurde er schließlich auf beiden Seiten gleich groß, schloß man den Hahn  $B$ , öffnete  $G$  und  $H$  gleichzeitig.

Das Brom wurde in ein Röhrchen eingeschmolzen und in ein Gefäß gebracht, das durch eine Kundt-Warburgsche Feder mit dem Entladungsrohr kommunizierte. Nachdem das



Ganze luftleer gemacht war, wurde durch Schütteln das Röhrchen zerbrochen und das Brom in das Entladungsrohr hineindestilliert. Nach dem Abschmelzen wurde dieses in ein Petroleumbad gebracht, das durch einen mechanisch betriebenen Rührer überall auf gleicher Temperatur gehalten und durch ein hineingelegtes Schlangenrohr mit warmem Wasser geheizt werden konnte. Der Dampfdruck des Broms ergab sich aus der Temperatur. Die endgültigen Messungen wurden bei fallender Temperatur vorgenommen, weil sich im anderen Fall an den Elektroden flüssiges Brom kondensierte.

Das untersuchte Helium war argonhaltig. Es war aus Cleveit nach Angaben von Ramsay hergestellt. Es wurden zwei Entladungsröhren benutzt, die den beschriebenen ganz ähnlich waren. Die drei oberen Elektroden (vgl. Figur) waren jedoch durch Stahlkugeln von 0,6 cm Radius, die drei unteren durch ein ebenes Stahlblech ersetzt, welches gegenüber den Kugeln drei schwach gewölbte Erhöhungen besaß.

§ 4. Die Verzögerung wurde zuerst durch Röntgenstrahlen<sup>1)</sup> aufgehoben. Da hierbei aber sehr unbequeme Störungen durch den Induktionsapparat auftraten, wurden später immer Becquerelstrahlen<sup>2)</sup> benutzt.<sup>3)</sup> Die Verzögerung war in Chlor größer als in Luft, in Brom größer als in Chlor. Klein zeigte sich die Verzögerung in Helium, und ich stellte daher in diesem Gase besondere Versuche an. Es wurde erstens bei bestrahlter Funkenstrecke das wahre Entladungspotential bestimmt, zweitens wurde ohne Bestrahlung das Potential allmählich erhöht, bis Entladung eintrat, und drittens wurde bei einer Spannung, die wenig höher als das wahre Funkenpotential war, die Zeit bestimmt, in der ohne Bestrahlung Entladung eintrat. Zur Messung der Potentiale diente ein Quadrantenelektrometer in idiostatischer Schaltung. Die kleinsten Funkenpotentiale ohne Bestrahlung sind in den folgenden Tabellen unterstrichen.

1) H. Starke, Wied. Ann. 66. p. 1009. 1898.

2) J. Elster, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 7. 1900.

3) Hrn. Prof. Giesel, der mir auf Verwendung des Hrn. Geh.-Rat Warburg eines seiner Präparate zur Verfügung stellte, spreche ich an dieser Stelle meinen ergebensten Dank aus.

Temperatur = 22,5°.

$p = 52,95 \text{ cm Hg}$				$p = 33,0 \text{ cm Hg}$			
Bestrahlt		Nicht bestrahlt		Bestrahlt		Nicht bestrahlt	
I. Volt	II. Volt	III. Volt Min.		I. Volt	II. Volt	III. Volt Min.	
$\delta = 0,333 \text{ cm.}$							
1031	1038	1038 in $\frac{1}{2}$		781	784	<u>783</u> in 3	
1030	1038	1041 „ 1		780	784		
1033	1037	1038 „ 8		781	783		
1032	1060	<u>1037</u> „ 7			786		
1033	1049						
1033	1052						
1033							
$\delta = 0,429 \text{ cm.}$							
1265	1279	<u>1272</u> in 3		948	956	<u>953</u> in 2	
1265	1274			948	953		
1265	1274			948	955		
				948	956		
				949			
				949			
				948			

Bei Bestrahlung ist also das Funkenpotential konstant. Die ersten Entladungen treten bei etwas geringerer Potentialdifferenz ein, was auch Paschen beobachtet hat. Diese Erscheinung, die man nicht immer, aber in der Regel bei einem Gase beobachtet, durch welches noch keine Entladungen hindurch gegangen sind, wird wahrscheinlich durch Staubeile hervorgerufen, die in dem neu eingeführten Gase schweben und sich nach den ersten Entladungen auf Elektroden und Wänden des Entladungsraumes ablagern. Ohne Bestrahlung findet man das kleinste Funkenpotential nur um etwa 0,4 Proz. höher als das wahre.<sup>1)</sup>

§ 5. Die folgenden Tabellen geben für Chlor und Brom die Werte der Funkenpotentiale ( $V$ ) für verschiedene Drucke ( $p$ )

1) Vgl. E. Warburg, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. 15. p. 212. 1896.

und Schlagweiten ( $\delta$ ).  $V$  ist in Volt,  $p$  in cm Hg von  $0^\circ$ , und  $\delta$  in cm angegeben. Zur Vergleichung sind die Funkenpotentiale in Luft unter gleichen Bedingungen gemessen worden.

$P$	Chlor			Luft		
	$\delta = 0,087$	0,198	0,223	$\delta = 0,087$	0,198	0,223
10	972	2338	2700	1070	1840	2050
15	1485	3415	3800	1343	2430	2650
20	1980	4410	4855	1608	2970	3225
25	2485	5368	5920	1870	3490	3800
30	2985	6315	6980	2120	3990	4370
35	3450	7270	8020	2360	4490	4905
40	3920	8215	9070	2588	4960	5440
45	4445	9150	10110	2810	5430	5970
50	4770			3025		
55	5200			3255		
60	5610			3475		
65	6022			3695		
70	6430			3915		
75	6845			4130		

$P$	Brom			Luft		
	$\delta = 0,090$	0,187	0,230	$\delta = 0,090$	0,187	0,230
10	1210	2582	3170	1068	1756	2050
15	1636	3554	4330	1350	2337	2740
20	2060	4462	5440	1625	2935	3330
25	2495	5326	6500	1889	3318	3923
30	2920	6200	7540	2151	3804	4482
35	3345	7066	8560	2403	4279	5020
40	3766	7930	9580	2630	4739	5568
45	4180	8798	10625	2850	5180	6107
50	4610	9630	11660	3073	5610	6640
55	5020	10460		3292	6023	
60	5430			3513		
65	5850			3730		
70	6255			3948		
75	6645			4163		

In den folgenden Tabellen sind die Quotienten

$$\frac{V_{\text{Gas}}}{V_{\text{Luft}}} \quad \text{und} \quad \frac{V_1 - V_{2\text{Gas}}}{V_1 - V_{2\text{Luft}}}$$

angegeben, die nach Baille und Paschen bez. Orgler die spezifische elektrische Festigkeit des Gases angeben.

P	Chlor				
	$\frac{V_{\text{Chlor}}}{V_{\text{Luft}}}$			$\frac{V_1 - V_{2\text{Chlor}}}{V_1 - V_{2\text{Luft}}}$	
	$\delta = 0,087$	0,198	0,223	0,198 und 0,087	0,223 und 0,198
10	0,91	1,27	1,32	1,77	1,73
15	1,11	1,41	1,43	1,78	1,75
20	1,23	1,49	1,51	1,78	1,75
25	1,32	1,54	1,56	1,78	1,78
30	1,41	1,58	1,60	1,78	1,75
35	1,46	1,62	1,64	1,79	1,81
40	1,51	1,66	1,70	1,81	1,78
45	1,58	1,69		1,80	1,78
50	1,58			Mittel: 1,73	
55	1,61				
60	1,62				
65	1,63				
70	1,64				
75	1,66				

P	Brom				
	$\frac{V_{\text{Brom}}}{V_{\text{Luft}}}$			$\frac{V_1 - V_{2\text{Brom}}}{V_1 - V_{2\text{Luft}}}$	
	$\delta = 0,090$	0,187	0,230	0,187 und 0,090	0,230 und 0,187
10	1,13	1,47	1,55	1,99	2,00
15	1,21	1,52	1,58	1,94	1,93
20	1,27	1,58	1,63	1,99	1,98
25	1,32	1,61	1,66	1,98	1,99
30	1,36	1,63	1,68	1,98	1,98
35	1,41	1,65	1,70	2,00	2,01
40	1,46	1,67	1,72	1,97	1,99
45	1,47	1,70	1,74	1,97	1,97
50	1,50	1,72	1,76	1,98	1,97
55	1,55	1,74		1,99	
60	1,55			Mittel: 1,98	
65	1,57				
70	1,59				
75	1,60				

Der Wert  $V_{\text{Gas}}/V_{\text{Luft}}$  ist nicht konstant. Er nimmt zu mit wachsender Schlagweite und steigendem Druck. Der Quotient scheint sich aber auch in Chlor und Brom dem nach Orgler berechneten Wert als Grenzwert zu nähern. Dieser Wert selbst konnte leider nicht erreicht werden, weil bei den nötigen hohen Spannungen die Glaswand des Entladungsraumes sich durch Ausstrahlung lud. Die nach Orgler berechnete spezifische elektrische Festigkeit zeigt für alle benutzten Schlagweiten und Drucke eine befriedigende Übereinstimmung. Nach Orgler ändert sich die relative elektrische Festigkeit  $f$  aller von ihm untersuchten Gase, bezogen auf die Festigkeit desselben Gases bei dem Druck 75 cm Hg als Einheit nahezu in derselben Art. Chlor und Brom zeigen auch hierin keine besonderen Abweichungen.

	<i>P</i>	75	65	55	45	35	25	15 cm
Nach Orgler $f$	1	0,885	0,770	0,651	0,527	0,400	0,271	
Chlor $f$				<u>0,651</u>	0,518	0,387	0,264	
Brom $f$			<u>0,770</u>	0,654	0,531	0,409	0,274	

Die unterstrichenen Werte sind den Orglerschen gleich gesetzt.

§ 6. Die folgenden Tabellen enthalten die Funkenpotentiale für Helium und für Luft, unter gleichen Bedingungen gemessen. Ferner sind die Quotienten

$$\frac{V_{\text{Helium}}}{V_{\text{Luft}}} \quad \text{und} \quad \frac{V_1 - V_{2\text{Helium}}}{V_1 - V_{2\text{Luft}}}$$

berechnet.

<i>P</i>	Helium					Luft				
	$\delta = 0,086$	0,186	0,263	0,348	0,456	$\delta = 0,086$	0,186	0,263	0,348	0,456
10	343	398	423				2246			
15	365	437	492	546	628	1367	2359	3041	3670	4437
25	400	504	594		809	1977	3378	4449	5374	6474
35	423	570	687	795	965	2493	4327	5738	7234	8794
45	456	642	792	926	1137	2972	5243	6859	8722	10191
55	489	717	893	1054	1293	3430	6104	7976		
65	532	796	999			3957	6910	9072		
75	550	851	1073			4305	7749	10184		

P	$\frac{V_{\text{Helium}}}{V_{\text{Luft}}}$			$\frac{V_1 - V_{2\text{Helium}}}{V_1 - V_{2\text{Luft}}}$	
	$\delta = 0,086$	0,186	0,263	0,186 und 0,086	0,263 und 0,186
10			0,188		
15	0,267	0,185	0,162	0,0721	0,0806
25	0,202	0,148	0,138	0,0742	0,0840
35	0,170	0,132	0,120	0,0800	0,0830
45	0,154	0,122	0,116	0,0820	0,0931
55	0,143	0,117	0,112	0,0855	0,0940
65	0,134	0,115	0,100	0,0895	0,0938
75	0,128	0,110	0,105	0,0875	0,0911

§ 7. Die Orglersche Methode ist, wie auch die graphische Darstellung zeigt, für Helium nicht mehr anwendbar. Konstruiert man nämlich die Kurven, welche das Funkenpotential als Funktion der Schlagweite darstellen, so erhält man für alle untersuchten Gase außer Helium gekrümmte Kurven (§ 1), während sich für Helium gerade Linien ergeben. Diese Linien schneiden bei allen benutzten Drucken die Ordinatenachse im Punkte 300. Weil also für  $\delta = 0$ ,  $V = 300$  ist, muß man annehmen, daß der Übergangswiderstand zwischen Elektroden und Helium bei allen untersuchten Drucken 300 Volt zu seiner Überwindung erfordert. Setzt man nun voraus, daß auch bei den größeren benutzten Schlagweiten das elektrische Feld am Orte der Entladung nahezu homogen war, so ist  $V - 300/\delta$  die zur Durchbrechung des Heliums erforderliche elektrische Kraft. Diese Größe ist in der folgenden Tabelle für verschiedene Drücke und Schlagweiten berechnet.

P	$V - 300$					Mittel
	$\delta = 0,086$	0,186	0,263	0,348	0,456	
10	500	500	470			490
15	750	740	730	710	720	730
25	1160	1120	1120		1120	1130
35	1430	1450	1450	1420	1450	1440
45	1820	1840	1850	1790	1840	1830
55	2200	2220	2210	2180	2190	2200
65	2690	2660	2660			2670
75	2910	2950	2940			2930

Man erkennt, daß die zur Durchbrechung des Heliums nötige elektrische Kraft unabhängig von der Schlagweite ist; da ferner der Quotient  $V - 300/\delta$ , solange das Feld am Orte der Entladung homogen bleibt, auch unabhängig von der Form der Elektroden ist: so soll dieser Ausdruck die absolute elektrische Festigkeit des Heliums genannt werden. Die so definierte Festigkeit  $c$  ist eine lineare Funktion des Druckes. Setzt man  $c = a + bp$ , so ergibt die Methode der kleinsten Quadrate  $a = 146,1$  und  $b = 37,7$ . Die Gleichung

$$\frac{V - 300}{\delta} = 146,1 + 37,7 p$$

erlaubt also, für beliebige Schlagweiten  $\delta$  und Drucke  $p$  das Funkenpotential in Helium zu berechnen, wenn das Feld am Orte der Entladung merklich homogen ist. So ergibt die Rechnung, wenn  $\delta = 0,186$  cm,  $p = 35$  cm Hg ist,  $V = 572,6$  Volt. Beobachtet wurden in diesem Falle 570 Volt.

§ 8. Es ist auffällig, daß trotz Berücksichtigung des Übergangswiderstandes die Orglersche Methode auf Helium nicht anwendbar ist. Der Quotient  $k = dA/dB$  (vgl. § 1) ist in den untersuchten mehratomigen Gasen, wie die Messungen zeigen, konstant. Durch Integration und passende Zerlegung der auftretenden Konstanten erhält man die Gleichung  $A - \alpha = k(B - \beta)$ , von der Orgler ausgeht. Von dem Funkenpotential  $A$  bez.  $B$  wird nach Orgler der Teil  $\alpha$  bez.  $\beta$  zur Überwindung des Übergangswiderstandes an den Elektroden verbraucht. Wenn aber der Einfluß der Elektroden auf ihre Oberfläche selbst beschränkt bliebe und sich das Gas an allen Stellen der Funkenstrecke gleich verhielte, müßte der Quotient  $(A - \alpha)/\delta$  bez.  $(B - \beta)/\delta$  unabhängig von  $\delta$  sein. Dies ist aber nur für Helium der Fall, und gerade dieses Gas verhält sich genau so, wie die Orglersche Annahme es verlangt. Wenn für die mehratomigen Gase trotzdem der Quotient  $(A - \alpha)/(B - \beta)$  konstant ist, so muß der Einfluß der Elektroden sich in merklich gleicher Art in jedes mehratomige Gas hinein erstrecken.

§ 9. Baille bestimmt die spezifische elektrische Festigkeit des Chlors gleich 0,85, während sich aus meinen Messungen der Wert 1,78 ergibt.

Berlin, Physikalisches Institut, Februar 1904.

(Eingegangen 1. März 1904.)

### 8. Der heiße Oxydkohärer; von Max Hornemann.

Wie ich in meiner Arbeit „Über Töne an Kontakten“<sup>1)</sup> gezeigt habe, verleiht eine Oxydschicht, welche sich zwischen den sich berührenden Teilen eines metallischen Kontaktes befindet, diesem eine eigentümliche Empfindlichkeit nicht nur gegen Stromwellen, die durch den Kontakt gehen, sondern auch gegen elektrische Schwingungen, die aus der Ferne auf ihn einwirken. Auch durch die elektrischen Schwingungen gerät der Kontakt selber in Schwingungen, und man kann diese mechanischen Bewegungen der Kontaktteile am Kontakte selbst oder vermittelt eines passend angeschalteten Telefons hören. Und die Beobachtungen an der Galvanometernadel ergaben, daß durch die elektrische Bestrahlung unter Umständen der Widerstand der Oxydschicht momentan sehr beträchtlich herabgesetzt wird, so daß gewissermaßen Kurzschluß auftritt, der erst durch Klopfen am Kontakte wieder beseitigt wird.

Als brauchbarster Kontakt hatte sich mir damals ein geglähter und dann wieder abgekühlter Eisen-Eisenkontakt erwiesen, dessen Wirksamkeit eben auf dem Vorhandensein einer Oxydschicht beruht, die nach meinen Beobachtungen zu elektrostatischen Anziehungen und thermischen Stromwirkungen Anlaß gibt.

Das rege Interesse, welches meiner Arbeit<sup>2)</sup> sowohl wie einer etwas später erschienenen Arbeit Branlys<sup>3)</sup> über den Radiokonduktor (Oxydkohärer) entgegengebracht worden ist, veranlaßte mich zu weiteren Untersuchungen über den Einfluß elektrischer Schwingungen auf den Oxydkohärer.

Nachdem ich lange Zeit immer wieder mit kalten Oxydschichten gearbeitet hatte, ohne jedoch wesentlich neue Resul-

1) M. Hornemann, Ann. d. Phys. 7. p. 862ff. 1902.

2) Vgl. die Referate in: Technische Woche 1. Nr. 1. p. 7. 1902; Elektrotechn. Zeitschr. Heft 22. 23. p. 476. 1902; Elektrotechn. Anzeiger Nr. 46. p. 1389. 1902; Prometheus Nr. 664. Heft 40. 13. p. 640. 1902; Naturwissenschaftliche Wochenschrift („Natur“) Nr. 41. p. 489. 1903.

3) Ed. Branly, Compt. rend. 134. p. 347—349. 1904.



tate zu erzielen — die Versuche bestätigten im allgemeinen immer wieder die eigenartige Empfindlichkeit der Oxydschichten gegen elektrische Wellen —, studierte ich seit einem Jahre auch die Kontaktwirkung bei höheren Temperaturen. Durchschnittlich wirkten nun heiße Oxydschichten nicht viel besser als kalte, wenn die Kontaktteile aus gleichartigem Material bestanden. Eine günstigere Wirkung konnte ich jedoch oft beobachten, wenn ungleichartige Metalle benutzt wurden. Jedenfalls war das Schnurren des kleinen Induktionsapparates, welcher im Nebenzimmer stand und keine metallische Verbindung mit dem Empfangsapparate hatte, immer dann am deutlichsten und ununterbrochen zu hören, wenn ich Blei mit einem oxydierten und erhitzten unedlen Metalle in Berührung brachte. Verhältnismäßig am schwächsten wirkte Zink, besser Eisen und Neusilber, am besten Kupfer und Kupferlegierungen. Mit dem heißen Blei-Kupferkontakte konnte ich das Schnurren des sehr kleinen Induktors noch auf 12 m Entfernung und durch mehrere Wände hindurch außerordentlich laut und auch dann noch deutlich hören, wenn die Erdungen und der Sende- bez. Auffangedraht fehlten.

Als ich dann den Einfluß elektrischer Bestrahlung auf diesen erhitzten Blei-Kupferkohärer mit Hilfe einer Galvanometernadel untersuchte, fand sich ein ganz eigenartiges Resultat, das mir weiterer Beachtung wert zu sein scheint.

Die Versuchsanordnung ist aus der nachstehenden Fig. 1 zu ersehen: Zur Erzeugung der elektrischen Schwingungen diente mir wieder mein kleines, 5 cm langes Induktorium *a*, welches von einem Element *b* betrieben wird, und bei *f* sehr winzige Fünkchen von kaum  $\frac{1}{10}$  mm Länge gibt. *g* ist ein 2 m langer Sendedraht, *h* eine Erdverbindung. Zum Empfangsapparate gehören das Element *i*, das Galvanometer (bez. wenn man hören will, das Magnettelefon) *n* und der Kontakt *k*, welche in Serie geschaltet sind, sowie der Fangdraht *p*, welcher dem Sendedraht parallel gestellt ist, und die Erdverbindung *q*. Der Kontakt *k* besteht aus einem Kupferblech *m* (das meinige ist 0,5 mm dick, 5 cm breit und 10 cm lang), welches auf einer festen Unterlage ruht und durch die untergeschobene Flamme *o* erhitzt werden kann, und dem Bleistreifen *l* (etwa 1 mm dick, 1 cm breit, 10 cm lang), welcher an dem Ende, das auf das

Kupfer gelegt wird, hakenförmig umgebogen und abgerundet ist, damit er das Kupfer möglichst nur punktförmig berührt. Als Galvanometernadel diente mir eine 2,2 cm lange Kompaßnadel, welche von 150 Windungen eines 0,3 mm dicken Kupferdrahtes umgeben ist. Das Element *i* besitzt nur geringe elektromotorische Kraft.

Der Versuch selbst wird folgendermaßen ausgeführt: Man hebt zunächst das Blei vom Kupferblech ab und überzeugt sich, daß die Galvanometernadel richtig (parallel zu den Drahtwindungen) steht. Man achte auch darauf, daß das Blei, wie

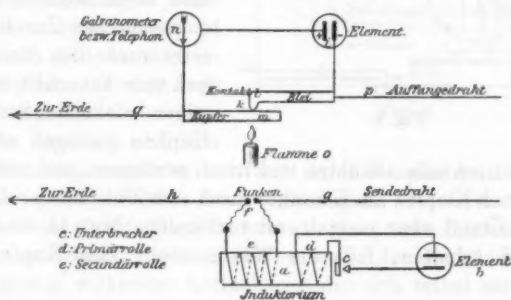


Fig. 1.

in der Skizze, richtig (mit dem negativen Pol des Elementes) verbunden ist. Während das Blei noch abgehoben bleibt, erhitzt man das Kupferblech durch die untergeschobene Flamme an einer Stelle so stark, daß an seiner Oberfläche ein dünner Überzug von schwarzem Kupferoxyd (Kupferhammerschlag) entsteht. Die Erhitzung darf jedoch keinesfalls so weit getrieben werden, daß die Oxydschicht Bläschen bildet und abblättert. Man entfernt dann die Flamme wieder und legt, sobald das Kupferblech kalt geworden ist, den Bleistreifen auf die oxydierte Stelle des Kupfers auf. Die Oxydschicht im kalten Zustande läßt, falls sie durch die vorangegangene Erhitzung den richtigen Grad von Dicke und Dichtigkeit bekommen hat, keinen nennenswerten Strom hindurch, und die Galvanometernadel wird jetzt gar nicht oder nur sehr wenig (höchstens bis zu 3°) abgelenkt (vgl. Stellung *r* der nachstehenden Fig. 2). Erhitzt man das Kupferblech aber von neuem, dann geht mehr Strom

durch das Galvanometer. Die Erhitzung des Kupferbleches geschieht jetzt zweckmäßigerweise nicht direkt unter der Stelle, auf welcher das Blei aufliegt, damit das letztere nicht schmilzt, und wird so reguliert, daß die Galvanometernadel einen Ausschlag von etwa  $20^\circ$  bis höchstens  $60^\circ$  anzeigt. Wenn die Nadel in dieser Stellung  $s$  (vgl. Fig. 2) angelangt ist, dann ist der gewünschte Grad von Empfindlichkeit des heißen Kohären

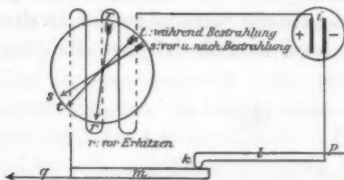


Fig. 2.

letztere nochmals abkühlen und frisch erwärmen, und manchmal führt auch Klopfen am Kontakte rasch zum Ziel. Ist der empfindliche Zustand aber einmal erst vorhanden, dann bleibt er auch dauernd erhalten, falls die Wärmezufuhr zum Kupfer nicht leidet.

Läßt man jetzt bei  $f$  Fünkchen überschlagen, dann geht die Nadel durchschnittlich um  $8^\circ$  ( $5-20^\circ$ ) zurück bis zur Stellung  $t$  (vgl. Fig. 2) und bleibt während der Dauer der Bestrahlung so stehen. Nach Aussetzen der elektrischen Schwingungen kommt der Nadelausschlag aber rasch wieder von selbst, ohne Klopfen am Kontakte, auf den ursprünglichen Betrag (Stellung  $s$ ) zurück.

Der Versuch gelingt beliebig oft. Man hat nur darauf zu achten, daß nicht zu kräftige Funken einwirken (es waren z. B. Funken der Influenzmaschine schädlich), daß ferner eine metallische Verbindung zwischen Sender und Empfänger nicht vorhanden ist, und daß endlich der Strom des Elementes nicht in anderer Richtung durch den Kontakt geht. Bei zu intensiver elektrischer Erschütterung (durch größere Funken oder bei metallischer Verbindung der Apparate) reagiert der heiße Oxydkohärer nämlich wie eine Branlysche Röhre: Die Nadel wird plötzlich ad maximum abgelenkt und kehrt nach Aussetzen der Bestrahlung nicht von selbst, sondern erst durch

gegen elektrische Bestrahlung erreicht. Zuweilen muß man, wenn der Kontakt nicht sogleich in den empfindlichen Zustand versetzt wurde, den Bleistreifen auf eine benachbarte, günstiger wirkende Stelle des Kupfers auflegen oder das

Klopfen zurück  
Richt dem p  
man, Strom  
(bis z  
und d  
Nadel  
etwa  
Stellu  
gleich  
wird,  
letzter  
im er  
pfindli  
die Be  
wieder  
D  
schriel  
Platte  
Unter  
Röhre  
D  
sehr w  
Auf g  
fermun  
laufend  
und n  
muß n  
werden  
G  
des hei  
ein Te  
das ox  
wenig.  
rasch  
Funker  
funke

Klopfen am Kontakt in die empfindliche Ausgangsstellung  $s$  zurück; und läßt man den Elementstrom in entgegengesetzter Richtung durch den Kontakt gehen, indem man das Blei mit dem positiven Pol des Elementes verbindet, dann beobachtet man, daß zunächst schon vor der Bestrahlung ein schwächerer Strom im Empfänger kreist und die Nadel nur um  $5-10^\circ$  (bis zur Stellung  $u$ ) ablenkt und daß bei Bestrahlung die Nadel oft ein wenig stärker, etwa um  $2-5^\circ$ , bis zur Stellung  $v$ , häufiger aber gleich ad maximum abgelenkt wird, und daß immer im letzteren Falle, oft aber auch im ersteren Falle der empfindliche Zustand, nachdem die Bestrahlung aufgehört hat, erst durch Klopfen am Kontakt wieder hergestellt werden kann (vgl. Fig. 3).

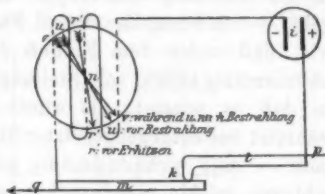


Fig. 3.

Dieser erwärmte Oxydkohärer ist also, wenn die oben beschriebenen Bedingungen zutreffen, ein der Schäferschen Platte analog wirkender Antikohärer, der sich selbst entfrittet. Unter Umständen wirkt er aber auch wie eine Branlysche Röhre und muß dann durch Klopfen entfrittet werden.

Die Entfernung betrug bei meinen Versuchen, bei denen sehr winzige Fünkchen verwendet wurden, allerdings nur 5 m. Auf größere Funken wird er aber auch in größeren Entfernungen ansprechen. Ob die geringe, aber gesetzmäßig verlaufende Nadelablenkung zum Schließen eines Lokalstromes und mithin zur Zeichenniederschrift benutzt werden kann, muß mit vollkommeneren Apparaten als den meinigen erprobt werden.

Gar nicht so sorgfältig braucht man mit der Einstellung des heißen Oxydkohärs zu verfahren, wenn man, um zu hören, ein Telephon an die Stelle des Galvanometers setzt. Solange das oxydierte Kupferblech noch kalt ist, hört man eben sehr wenig. Beim Erwärmen desselben aber nimmt die Tonintensität rasch und außerordentlich zu. Es ist gar nicht nötig, bei  $f$  Funken übergehen zu lassen, da schon der Unterbrechungsfunkte bei  $c$  wirksam ist. Auch kommt es hier nicht so sehr

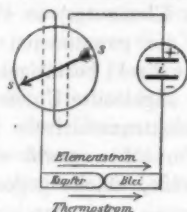
auf die Richtung des Elementstromes im Empfänger bez. durch den Kontakt an.

Die Wirkungsweise des erwärmten Oxydkohärrers ist nicht ganz leicht zu übersehen. Wenn der Strom des Elementes in der Richtung vom Kupfer durch die Oxydschicht zum Blei geht — ich bezeichne diesen Fall als Hauptfall —, dann sehen wir, daß unter dem Einfluß der Bestrahlung die Nadel verhältnismäßig stark von Stellung *s* nach Stellung *t* zurückgeht, so daß es scheint, als würde der Elementstrom schwächer, während bei entgegengesetzter Stromrichtung — kurz im Nebenfalle — eine verhältnismäßig geringe Zunahme des Nadelausschlages, mithin eine anscheinende Verstärkung des Elementstromes beobachtet wird. Demgemäß könnte man den Schluß rechtfertigen, daß der Widerstand der Oxydschicht durch die Bestrahlung geändert wird; unverständlich würde es nur bleiben, weshalb im Hauptfalle eine Zunahme, im Nebenfalle eine Abnahme des Widerstandes des Kontaktes unter sonst gleichen Verhältnissen eintritt. Und darum ist die Annahme einer einfachen Änderung des Widerstandes der Oxydschicht allein nicht geeignet, die Wirkungsweise des heißen Oxydkohärrers zu erklären. Einige Beobachtungen, auf die ich nicht näher eingehen will, sprechen allerdings für ein Mitwirken von Widerstandsveränderungen, und der bei intensiver Bestrahlung in beiden Fällen eintretende Kurzschluß kann wohl überhaupt nur durch die Annahme einer sehr beträchtlichen Abnahme des Widerstandes der Oxydschicht erklärt werden.

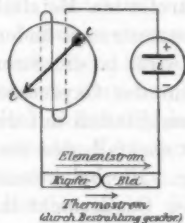
Einen Fingerzeig, die wahre Ursache der paradoxen Nadelreaktion in den Fällen, in denen ein Kurzschluß nicht auftritt, festzustellen, gibt die Beobachtung einer Differenz in den Nadelablenkungen schon vor der Bestrahlung (vgl. Stellung *s* mit verhältnismäßig starker Ablenkung und Stellung *u* mit verhältnismäßig geringer Ablenkung). Da in beiden Fällen die elektromotorische Kraft des Elementes und der Widerstand der Oxydschicht (und der übrigen Leitung) unverändert geblieben sind, so muß beim Erwärmen des Kontaktes noch eine dritte Größe in Wirksamkeit getreten sein, und das ist eben die elektromotorische Kraft eines Thermostromes.

Als ich den durch Erhitzen meines Kupfers entstehenden Thermostrom gesondert untersuchte, fand sich, daß, wenn eine Oxydschicht bereits vor dem Erwärmen vorhanden war, ein verhältnismäßig schwacher Strom in der Richtung vom Kupfer durch die Oxydschicht zum Blei ging (Nadelablenkung um  $2-5^\circ$ ), während ein verhältnismäßig starker Strom, der die Nadel um  $5-15^\circ$  ablenkte, gerade entgegengesetzt vom Blei durch die Berührungsstelle zum Kupfer ging, wenn die Oxyd-

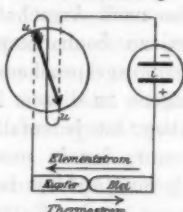
I. Hauptfall.  
Ia. vor (u. nach) Bestrahlung



Ib. während Bestrahlung



II. Nebenfall.  
IIa. vor Bestrahlung



IIb. während (und nach) Bestrahlung

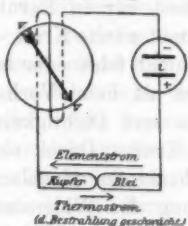


Fig. 4.

schicht fehlte. Demgemäß wirkt in unseren Versuchen, in denen ja eine Oxydschicht vorhanden ist, der Thermostrom im Hauptfalle verstärkend auf den gleichgerichteten Elementstrom ein, im Nebenfall dagegen schwächend auf den entgegengesetzt fließenden Elementstrom.

Eine Verringerung der elektromotorischen Kraft des Thermostromes muß nun ferner im Hauptfalle naturgemäß

einen Rückgang des Nadelausschlages, im Nebenfall eine Zunahme desselben zur Folge haben. Und da wir diesen Effekt tatsächlich beobachten, wenn der heiße Kohärer elektrisch bestrahlt wird (vgl. Fig. 4 Stellungen  $t$  und  $v$ ), so sind wir zu der Annahme berechtigt, daß die elektrische Bestrahlung direkt die elektromotorische Kraft des Thermostromes beeinflusst, sie in beiden Fällen vermindert.

Mit meinen bescheidenen Hilfsmitteln gelang es mir jedoch leider nicht, diese direkte Einwirkung der Bestrahlung auf die elektromotorische Kraft eines gesonderten Thermostromes (also nach Ausschalten des Elementes) so sicher und einwandfrei zu beobachten, daß die gewonnenen Resultate meine soeben ausgesprochene Ansicht direkt bestätigen könnten.

Wie eigens zu diesem Zwecke angestellte Untersuchungen ergeben haben, ist jedenfalls die elektromotorische Kraft des Thermostromes, der in unseren Versuchen gewiß eine große Rolle spielt, eine äußerst labile Größe, welche gegen kleinste Veränderungen an den Kontaktteilen — sei es durch chemische Prozesse, sei es durch Temperatur- und Druckdifferenzen — sehr empfindlich ist. Ich erwähnte bereits, daß schon die Beschaffenheit der in Berührung tretenden Metalloberflächen die elektromotorische Kraft des Thermostromes ändert: Wenn die Oxydschicht fehlt oder zerstört wird, ist die Stromrichtung eine andere als beim Vorhandensein der Oxydschicht. Auch deren Dicke und Dichtigkeit ist von Einfluß auf die elektromotorische Kraft. Druck verändert ebenfalls den am Galvanometer beobachteten Nadelausschlag. Hierbei kommt weniger die Änderung des Widerstandes der Oxydschicht infolge Annäherung der Kontaktteile und Vergrößerung der Kontaktflächen — wäre diese Widerstandsänderung die alleinige Ursache der Änderung des Nadelausschlages, dann müßte derselbe sehr beträchtlich zunehmen, was aber nicht der Fall ist — als vielmehr die Änderung der elektromotorischen Kraft selbst in Betracht: Diese wird meist schwächer und ändert eventuell sogar die Richtung. Temperaturzunahme innerhalb gewisser Grenzen ändert ebenfalls die elektromotorische Kraft des Thermostromes. Chemische Prozesse sowie Druck- und Temperaturänderungen kommen sicherlich auch in Frage, wenn wir eine Änderung der elektromotorischen Kraft des Thermo-



elementes bei der Einwirkung elektrischer Schwingungen zustande kommen sehen. Denn bei der Bestrahlung traten ja Funksprühen und chemische Prozesse nebst Temperaturänderungen an den Kontaktteilen auf und die Kontaktteile gerieten in mechanische Bewegungen<sup>1)</sup>, welche mithin auch Druckänderungen am Kontakte zur Folge haben.

Wenn wir ferner nochmals zugeben müssen, daß daneben noch Änderungen der Leitfähigkeit der Oxydschicht für den Elementstrom eintreten, sobald der Kontakt elektrisch bestrahlt wird, dann bekommen wir ein ziemlich kompliziertes Bild der Wirkungsweise des heißen Oxydkohärsers.

Einfacher liegen die Verhältnisse in denjenigen Fällen, in denen der heiße Oxydkohärer wie eine Branlysche Röhre reagiert. Ein Kurzschluß, mithin eine sehr erhebliche Verkleinerung des Übergangswiderstandes der Oxydschicht für den Elementstrom tritt immer ein, wenn eine besonders kräftige elektrische Erschütterung einwirkt. Das bei intensiver Bestrahlung zwischen den Kontaktteilen stärker einsetzende Funksprühen, die erheblich gesteigerte Metaldampfbildung, die durch stärkere elektrostatische Anziehung vermehrte Annäherung der Kontaktteile und die damit verbundene innigere Berührung derselben lassen dann eben zwischen den Kontaktteilen eine metallische Brücke entstehen, welche nicht von selbst zerfällt, sondern erst durch grobe mechanische Bewegungen (Klopfen) zum Einsturz gebracht wird. Die eventuell gleichzeitig eintretenden Veränderungen der elektromotorischen Kraft des Thermostromes treten hier ganz zurück gegenüber den Widerstandsänderungen. Fallen jedoch die durch Induktion an den Kontaktteilen erzeugten Fünkchen und die mit diesem Vorgange des Funksprühens verbundenen mechanischen Bewegungen der Kontaktteile so klein aus, daß sie eine gewisse Grenze nicht übersteigen, dann kommt die metallische Brücke nicht zustande, dagegen ändert sich nachweislich die elektromotorische Kraft des Thermostromes; und dann ist eine künstliche Entfrittung nicht notwendig. Wiederum ist es auch hier die Oxydschicht, welche in erster Linie die Bildung der Metallbrücke verhindert.

1) Vgl. M. Hornemann, l. c.



Daß gerade Blei in Berührung mit heißem Kupfer so günstig wirkt, kommt vielleicht daher, daß zwischen diesen zwei Metallen ein Mißverhältnis hinsichtlich des Leitvermögens für Wärme besteht. Infolge des geringen Wärmeleitungsvermögens des Bleies zeigt sich eine eigentümliche Erscheinung bei dem Trevelyanschen Wackler, der bekanntlich in schnelle schwingende Bewegung gerät und einen Ton erzeugt. Obwohl es mir nur unter Anwendung besonderer Vorsichtsmaßregeln gelang, beim Erhitzen des Kupferbleches einen Ton zu erzeugen und obwohl der Ton oft schon nach kurzer Zeit wieder verschwunden war, glaube ich doch, daß auch dann noch eine schwingende Bewegung des Bleies vorhanden ist, welche vielleicht, wie der Klopfer an der Branly'schen Röhre, nur viel zarter als dieser und immerwährend die Entfrittung des Kohärers mit besorgt und denselben mithin dauernd für Bestrahlungen empfänglich macht.

Halle a. S., den 24. Februar 1904.

(Eingegangen 6. März 1904.)

## 9. *Über künstliche Doppelbrechung und Elastizität von Gelatineplatten; von Arnold Leick.*

(Auszug aus der Greifswalder Dissertation.)

Über das optische und elastische Verhalten der aus wässrigen Lösungen von Leim oder Gelatine hergestellten Gallerten haben, abgesehen von älteren Autoren, E. Wiedemann<sup>1)</sup>, Ch. Lüdeking<sup>2)</sup>, B. v. Tietzen-Hennig<sup>3)</sup>, R. Maurer<sup>4)</sup>, E. Fraas<sup>5)</sup> u. a. eine ganze Reihe von Arbeiten veröffentlicht. Speziell über die durch einseitigen Druck oder Zug hervorgerufene künstliche Doppelbrechung, die sich an Gelatinegallerten wegen ihrer hohen Empfindlichkeit schon gegen sehr geringe Spannungen besonders gut beobachten läßt, sind von P. v. Bjerkén<sup>6)</sup> und von Bruce V. Hill<sup>7)</sup> einige Versuche angestellt worden. Doch beschränken sich die Angaben des letzteren auf außerordentlich verdünnte Lösungen, und die Resultate Bjerkéns zeigen für die verschiedenen Gelatinen so auffallende Abweichungen voneinander, daß er darauf verzichtet, die Abhängigkeit der künstlichen Doppelbrechung von der sie erzeugenden Deformation gesetzmäßig zu formulieren. Es erschien daher nicht ohne Interesse, weitere Versuche auf diesem Gebiete anzustellen.

### Herstellung der Gelatineplatten.

Das Ausgangsmaterial für die folgenden Untersuchungen bildete die reinste weiße Gelatine, wie sie zur Herstellung der photographischen Emulsionen verwendet wird<sup>8)</sup>.

Eine abgewogene Menge fester Gelatine wurde durch Erhitzen im Wasserbade in einem bestimmten Quantum destillierten

1) E. Wiedemann u. Ch. Lüdeking, Wied. Ann. 25. p. 145. 1885;

E. Wiedemann, Verhandl. d. Phys. Gesellsch. zu Berlin p. 45. 1884.

2) Ch. Lüdeking, Wied. Ann. 35. p. 552. 1888; 37. p. 172. 1889.

3) B. v. Tietzen-Hennig, Wied. Ann. 35. p. 467. 1888.

4) R. Maurer, Wied. Ann. 28. p. 628. 1886.

5) E. Fraas, Wied. Ann. 53. p. 1074. 1894.

6) P. v. Bjerkén, Inaug.-Dissert. Upsala 1890; Wied. Ann. 43. p. 808. 1891.

7) Bruce V. Hill, Phil. Mag. (6) 2. p. 524. 1901.

8) Aus den „deutschen Gelatinefabriken in Höchst a. M.“

Wassers aufgelöst; aus diesen Lösungen wurden parallelepipedische Platten gegossen, indem ich als Gußformen viereckige Kästen ( $10 \times 6 \times 1,6 \text{ cm}^3$ ) benutzte, die aus vier Glasplatten und zwei Holzklötzen (als Schmalseiten) zusammengesetzt waren. Nachdem die Lösungen erstarrt und die Glasplatten von dem Gelatineblock abgehoben waren, blieben die an den beiden Enden der Platte angeschmolzenen Klötze fest an der Gelatine haften und ermöglichten eine bequeme Aufhängung.

#### Versuchsanordnung und Beobachtungsmethode.

##### 1. Doppelbrechung.

Für die Bestimmung der künstlichen Doppelbrechung und des Elastizitätsmoduls mußten die fertigen Platten vertikal aufgehängt werden. Dazu diente ein für diesen Zweck besonders hergestelltes Holzstativ, in das der eine Holzklötz der Gelatineplatte fest eingefügt wurde, während der am anderen Ende befindliche frei herabhängte. Dieser wurde mit einer Messingfassung fest verbunden, welche an zwei vertikalen Leisten frei gleiten konnte. Durch Heben oder Senken dieses Schlittens konnte der Gelatineblock beliebig zusammengedrückt oder gedehnt und dann durch Anziehen einer Schraube in deformiertem Zustande festgehalten werden.

Die weitere Anordnung war folgende: das homogene Licht einer Natriumflamme ging durch ein Nicolsches Prisma, dessen Polarisationssebene mit der Vertikalen einen Winkel von  $45^\circ$  bildete, trat dann durch die vertikal aufgehängte Gelatineplatte hindurch und gelangte durch ein zweites Nicol in das Auge des Beobachters. Die Polarisationssebene dieses zweiten Nicols war der des Polarisators entweder parallel oder bildete einen rechten Winkel mit ihr. Bezeichnet man mit  $D$  die Dicke der Gelatineplatte in ungedehntem Zustande, mit  $\lambda$  die Wellenlänge des benutzten Lichtes (hier immer Na-Licht:  $\lambda = 0,000589 \text{ mm}$ ) und mit  $\Delta$  den Phasenunterschied des ordinären und des extraordinären Strahles nach dem Durchgang durch die Platte, so ergibt sich daraus die Größe der Doppelbrechung:

$$n_e - n_o = \frac{\Delta \cdot \lambda}{D}.$$

Wenn man noch beachtet, daß sich die Dicke  $D$  der Platte ändert, sobald diese gedehnt wird, und daß man für wässrige Gelatine (wie zuletzt R. Maurer<sup>1)</sup> gezeigt hat) das Verhältnis der Querkontraktion zur Längendilatation  $\mu = 0,5$  setzen darf, so hat man

$$n_e - n_o = \frac{\Delta \cdot \lambda}{D \left(1 - \frac{1}{2} \frac{l}{L}\right)}$$

zu schreiben. Um die Größe  $(n_e - n_o)$  zu erhalten, muß also ein für allemal die Dicke  $D$  der ungedehnten Platte gemessen werden und außerdem jedesmal die zu dem Phasenunterschied  $\Delta$  gehörige relative Verlängerung  $l/L$ . Die Messung von  $D$  wurde mit einem Dickentaster ausgeführt. Zur Bestimmung der relativen Dehnung  $l/L$  wurden in der Mitte der Gelatineplatte zwei kleine Marken (feine Härchen) in einem gegenseitigen Abstände von 3–4 mm angebracht. Um ihren Abstand messen zu können, wurde an die Stelle des analysierenden Nicols ein Tischchen gesetzt, das ein horizontal gelagertes Leitzsches Mikroskop mit Okularmikrometer trug. Diese Versuchsanordnung hat den großen Vorzug, daß bei ihr nur ein ganz kleines Gebiet gerade aus der Mitte des großen Gelatineblocks für die Beobachtung in Betracht kommt, so daß man für dieses die bei der Dehnung auftretenden Spannungen als ganz gleichmäßig verteilt ansehen kann.

Die Doppelbrechung beobachtete ich abwechselnd bei gekreuzten und parallelen Nicols: in der Regel vier aufeinanderfolgende Helligkeitsminima, denen die Phasenunterschiede  $\Delta = 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$  entsprechen.

Im Anschluß an diese Beschreibung der Beobachtungsmethode mag hier gleich eine Frage berührt werden, die jedenfalls berücksichtigt zu werden verdient, da sie unter Umständen von Einfluß auf die Untersuchungen sein kann. Die Gelatine besitzt von Natur eine ziemlich beträchtliche spezifische Drehung. Infolgedessen ist das, was bei der beschriebenen Anordnung beobachtet wird, nicht die reine Wirkung der künstlichen Doppelbrechung allein, sondern die Resultierende, die sich aus dem Zusammenwirken der Doppelbrechung und der

1) l. c.

Zirkularpolarisation ergibt; und es fragt sich nun, ob die Drehung im vorliegenden Falle stark genug ist, um die Doppelbrechung wesentlich zu beeinflussen. Die Theorie der gemeinsamen Wirkung von Zirkularpolarisation und Doppelbrechung ist zuerst von Gouy<sup>1)</sup> entwickelt worden. Später hat Otto Wiener<sup>2)</sup> eine geometrische Darstellung derselben Erscheinungen gegeben, sowie auch einfache Formeln zu ihrer Berechnung aufgestellt. Aus diesen Untersuchungen folgt, daß bei der hier angewandten Methode die Auslöschung des Lichtes im Analysator nicht dann eintritt, wenn der durch die Doppelbrechung erzeugte Gangunterschied  $\varphi: \frac{1}{2} \lambda$  beträgt, sondern dann, wenn der Gangunterschied der sogenannten „ausgezeichneten Schwingungen“, die aus der gemeinsamen Wirkung von Doppelbrechung und Zirkularpolarisation resultieren:  $\delta = \frac{1}{2}$  ist. Beide Größen sind durch die Gleichung  $\delta^2 = \varphi^2 + \omega^2$  miteinander verbunden, worin  $\omega$  den durch die Zirkularpolarisation hervorgebrachten Gangunterschied der beiden Kreis-schwingungen bedeutet. Dieser ergibt sich aus der spezifischen Drehung der Gelatine, der Konzentration und Dicke der Platten im Mittel zu  $\frac{1}{30}$ . Danach findet man aus der Gleichung:  $\varphi = \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = 0,499$ . Dieser Wert weicht so wenig von 0,5 ab, daß man die Differenz unbedenklich vernachlässigen kann. Wir dürfen also im folgenden den Einfluß der Zirkularpolarisation unberücksichtigt lassen. Für kleinere Werte von  $\delta$  oder für größere  $\omega$  ist er aber sehr wohl zu beachten.

## 2. Elastizitätsmodul.

Der Elastizitätsmodul der Gelatine wurde gefunden, indem ich die durch bestimmte angehängte Gewichte hervorgerufenen Dehnungen beobachtete. Bedeutet  $P$  die Belastung in Gramm,  $Q$  den Querschnitt in  $\text{cm}^2$  und  $l/L$  die relative Dehnung, so ist der Elastizitätsmodul

$$E = \frac{P}{Q} \bigg/ \frac{l}{L},$$

wobei man den Querschnitt  $Q$  aus der Dicke  $D$  und der Breite  $B$  leicht ermitteln kann:

$$Q = D \cdot B \left(1 - \frac{1}{4} \frac{l}{L}\right)^2.$$

1) Gouy, Journ. de physique (2) 4. p. 149. 1885.

2) O. Wiener, Wied. Ann. 35. p. 1. 1888.

Die Dehnungen wurden wieder mit dem Leitzschen Mikroskop durch Beobachtung des Markenabstandes gemessen.

Hier mögen gleich einige Bemerkungen über den erreichten Grad der Genauigkeit und die Fehlergrenzen folgen. Bei der Doppelbrechung wurde jede der vier Einstellungen ( $\Delta = 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ ) in wechselnder Reihenfolge zehnmal wiederholt, und jedesmal der zugehörige Markenabstand gemessen. Der mittlere Fehler aus zehn Einstellungen betrug durchschnittlich  $\pm 0,09$  Skt. (1 Skt. =  $0,0647$  mm). Die für verschiedene Belastungen gefundenen Werte des Elastizitätsmoduls stimmten in der Regel bis auf 1 Proz. miteinander überein. Wesentlich größer aber sind die Differenzen, wenn man die Werte der Doppelbrechung und die des Elastizitätsmoduls für verschiedene Gelatinen vergleicht, die zwar dieselbe Konzentration haben, aber aus verschiedenen Lösungen hergestellt sind. Dies kann seinen Grund nur in den kleinen Verschiedenheiten der thermischen Vorgeschichte der Gallerten haben, die sich trotz aller Bemühungen kaum vermeiden lassen. (Vgl. hierzu E. Fraas und P. v. Schroeder in den angeführten Arbeiten.)

### 3. Drehung der Polarisationsebene.

Zur Bestimmung der Zirkularpolarisation der Gelatine-lösungen diente ein Halbschattenapparat nach dem Prinzip von Lippich, den ich mir in der für meine Zwecke günstigsten Form aus seinen einzelnen Bestandteilen selber zusammengesetzt hatte.

### 4. Weitere Beobachtungen.

Außer der Doppelbrechung und dem Elastizitätsmodul wurde von jeder Lösung noch das spezifische Gewicht und der genaue Gehalt an fester Gelatine, sowie der Brechungsexponent bestimmt.

Das spezifische Gewicht ermittelte ich meist an einem aus der untersuchten Platte herausgeschnittenen Stück durch Wägung in Luft und in Petroleum. Die genaue Konzentration wurde durch Wägung und Austrocknen eines Stückes mit Zuhilfenahme des spezifischen Gewichtes bestimmt. Den Brechungsexponenten für Na-Licht beobachtete ich mit dem Refraktometer von Pulfrich.

## Beobachtungsergebnisse.

## a) Versuche an rein wässerigen Lösungen.

Zunächst sollte geprüft werden, in welcher Weise sich das optische und elastische Verhalten der Gelatine mit der Konzentration der Lösungen ändert.

Aus allen meinen Beobachtungen — und im ganzen wurden ca. 100 Gelatineplatten der verschiedensten Zusammensetzung untersucht — hat sich mit Übereinstimmung ergeben, daß die künstliche Doppelbrechung der sie erzeugenden Dehnung proportional, mithin der Quotient aus beiden konstant ist und als Maß der „spezifischen Doppelbrechung“ betrachtet werden kann. Man vergleiche hierzu Tab. I. Je eine der aus drei Horizontalreihen bestehenden Gruppen gehört ein und derselben Gelatine an. Wie man sieht, stimmen die drei zusammengehörigen Werte der spezifischen Doppelbrechung sehr gut überein.

Tabelle I.

Proportionalität zwischen Doppelbrechung und relativer Verlängerung.

$l/L$	$(n_s - n_0)$	$(n_s - n_0)/\frac{l}{L}$	$l/L$	$(n_s - n_0)$	$(n_s - n_0)/\frac{l}{L}$
0,0503	0,001842	0,000 363	0,0249	0,001796	0,000 722
0,1036	0,003787	0,000 365	0,0504	0,003640	0,000 722
0,1616	0,005861	0,000 363	0,0760	0,005533	0,000 723
0,0226	0,001773	0,000 783	0,0205	0,001803	0,000 877
0,0463	0,003589	0,000 773	0,0411	0,003645	0,000 886
0,0698	0,005449	0,000 781	0,0625	0,005527	0,000 884
0,0193	0,001800	0,000 931	0,0324	0,001782	0,000 550
0,0386	0,003640	0,000 941	0,0659	0,003625	0,000 550
0,0798	0,007436	0,000 932	0,0997	0,005535	0,000 555
0,0173	0,001790	0,001 032			
0,0350	0,003611	0,001 032			
0,0530	0,005467	0,001 032			

Die Abhängigkeit der spezifischen Doppelbrechung und des Elastizitätsmoduls der Gallerten von der Konzentration der Lösungen erkennt man aus der Tab. II. Wie man sieht, nimmt sowohl die spezifische Doppelbrechung wie auch der



Elastizitätsmodul mit steigendem Gelatinegehalt ziemlich rasch zu. Doch während der Anstieg der Doppelbrechung proportional mit der Konzentration erfolgt, wächst der Elastizitätsmodul angenähert mit ihrem Quadrat. Bildet man die Quotienten

$$\frac{10^6 (n_e - n_o)}{l/L} / c \text{ und } E/c^2,$$

wie es in der fünften und siebenten Kolumne der Tab. II geschehen ist, so ist der erste ziemlich genau, der zweite wenig-

Tabelle II.

Spezifische Doppelbrechung und Elastizitätsmodul bei zunehmender Konzentration.

Kon- zentr. <i>c</i>	Spez. Gew. <i>s</i>	Brechungs- exponent <i>n</i>	Spez. Doppelbr. $(n_e - n_o) / \frac{l}{L}$	$10^6 \frac{n_e - n_o}{l/L} / c$	Elastizität <i>E</i>	<i>E/c</i> <sup>2</sup>
----------------------------	---------------------------	------------------------------------	---------------------------------------------------	----------------------------------	-------------------------	-------------------------

## Gelatinesorte: hart.

10,0	1,025	1,349	0,000 413	4,1	242	2,4
10,2	1,025	1,349	0,000 489	4,8	266	2,6
18,6	1,050	1,368	0,000 856	4,6	978	2,8
18,9	1,050	1,363	0,000 941	5,0	977	2,7
30,0	1,076	1,381	0,001 250	4,2	1545	1,7
32,0	1,088	1,384	0,001 652	5,2	2157	2,1
45,0	1,109	1,401	0,002 159	4,8	2944	1,5

## Gelatinesorte: weich.

12,6	1,031	1,353	0,000 577	4,6	295	1,9
12,6	1,031	1,353	0,000 606	4,8	323	2,0
12,7	1,032	—	0,000 648	5,1	323	2,0
17,3	1,044	1,360	0,000 779	4,5	—	—
17,5	1,045	1,360	0,000 812	4,6	620	2,0
19,0	1,050	1,366	0,000 872	4,6	578	1,6
20,8	1,056	—	0,000 913	4,4	619	1,4
28,8	1,073	1,375	0,001 154	4,1	1000	1,2
31,7	1,084	1,381	0,001 407	4,4	1189	1,2
45,6	1,123	1,407	0,001 717	5,8	2327	1,1

stens angenähert konstant. Bei höherem Prozentgehalt scheint sich allerdings das Anwachsen des Elastizitätsmoduls zu verlangsamen. Daß der Elastizitätsmodul ungefähr gleichen Schritt

mit dem Quadrat der Konzentration hält, erscheint nicht weiter auffallend, wenn man bedenkt, daß die elastischen Kräfte zu denen gehören, die auf der Wechselwirkung der kleinsten Teilchen beruhen. Wird also die Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Gelatineteilchen verdoppelt, so muß die gegenseitige Wirkung auf das Vierfache steigen etc.

b) Versuche an Lösungen mit Zusätzen.

Als Zusätze wurden verwendet die neutralen Salze: Natriumchlorid, Kaliumchlorid, Lithiumchlorid, Calciumchlorid, Magnesiumchlorid, Kaliumnitrat, Natriumsulfat; außerdem Glycerin und Rohrzucker. Die Salze wurden erst den fertigen Lösungen zugesetzt, so daß ich jedesmal eine Serie von Lösungen mit steigendem Salzgehalt erhielt, die alle aus ein und derselben ursprünglichen Mutterlösung hervorgegangen waren und folglich keine Abweichungen wegen ihrer Vorgeschichte zeigen konnten. Dagegen traten auch hier zwischen den verschiedenen Serien die vorhin besprochenen Differenzen auf, die sich bei einem Vergleich der verschiedenen Reihen störend bemerkbar machen.

Wie man aus der beigefügten Tabelle III ersieht, bewirken sämtliche Salze mit Ausnahme des Natriumsulfats eine starke Herabsetzung der spezifischen Doppelbrechung sowie des Elastizitätsmoduls. Diese Abnahme wird um so größer, je mehr Salz zugeführt wird; sie ist für gleiche Gewichtsmengen verschiedener Salze eine ganz verschiedene.

Betrachten wir an der Hand der Tabellen zunächst die Wirkung der Chloride etwas genauer:

Von den Chloriden der Alkalimetalle zeigen Chlornatrium und Chlorkalium ein ziemlich ähnliches Verhalten. Die Abnahme der spezifischen Doppelbrechung erfolgt bei beiden angenähert proportional dem Salzgehalt; auch die absoluten Werte, ausgedrückt in Prozentsen der Anfangswerte bei 0 g Zusatz, liegen nahe beieinander. Bei 15 g NaCl ist die spezifische Doppelbrechung um 62 Proz., der Elastizitätsmodul um 70 Proz. ihres ursprünglichen Wertes gesunken, während dieselbe Menge KCl eine Abnahme von 60 bez. 68 Proz. bewirkt hat.

Dagegen übt Lithiumchlorid einen wesentlich stärkeren Einfluß auf die Beschaffenheit der Gelatinegeallerten aus und

Tabelle III.

Einfluß der verschiedenen Zusätze.

Konzentration <i>c</i>	Zusatz in g pro 100 cm <sup>3</sup>	Spez. Gewicht <i>s</i>	Brechungs- exponent <i>n</i>	Spez. Doppel- brechung	Elastizitäts- modul $E \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$
20,15		1,051	1,364	0,000 937	791
20,15		1,051	1,365	0,000 968	846
20,15	8 NaCl	1,081	1,382	0,000 889	595
20,15	5 "	1,098	1,396	0,000 859	582
20,15	10 "	1,155	1,434	0,000 543	361
20,15	15 "	1,202	1,464	0,000 364	249
20,15	20 "	1,257	1,508	0,000 184	—
21,00		1,054	1,366	0,001 032	715
21,00		1,053	1,366	0,001 033	718
21,00	8 KCl	1,085	1,381	0,000 912	563
21,00	5 "	1,103	1,396	0,000 749	532
21,00	10 "	1,152	1,429	0,000 538	284
21,00	15 "	1,201	1,463	0,000 409	229
21,00	20 "	1,256	1,506	0,000 266	165
19,58		1,053	1,365	0,001 011	767
19,58	8 LiCl	1,085	1,391	0,000 735	370
19,58	5 "	1,105	1,410	0,000 495	278
19,13		1,050	1,364	0,001 072	659
19,13	8 CaCl <sub>2</sub>	1,077	1,380	0,000 816	479
19,13	5 "	1,099	1,396	0,000 731	381
22,08		1,054	1,365	0,001 043	684
22,08	1,40 MgCl <sub>2</sub>	1,084	1,393	0,000 893	652
22,08	2,34 "	1,108	1,414	0,000 824	622
22,08	4,67 "	1,152	1,460	0,000 738	602
22,08	7,00 "	1,201	1,590	0,000 547	380
21,00		1,048	1,364	0,000 997	638
21,00	8 KNO <sub>3</sub>	1,075	1,382	0,000 990	629
21,00	5 "	1,119	1,396	0,000 869	529
21,00	10 "	1,147	1,424	0,000 640	416
21,00	15 "	1,198	1,465	0,000 587	385
21,00	20 "	1,248	1,494	0,000 458	—

Tabelle III (Fortsetzung).

Konzentration <i>c</i>	Zusatz in g pro 100 cm <sup>3</sup>	Spez. Gewicht <i>s</i>	Brechungs- exponent <i>n</i>	Spez. Doppel- brechung	Elastizitäts- modul $E \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$
20,60		1,047	1,364	0,000 994	631
20,60	5 Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1,097	1,405	0,000 984	657
20,60	10 "	1,147	1,450	0,001 034	706
20,60	15 "	1,232	1,533	0,000 986	647
20,90		1,051	1,363	0,000 856	653
20,90	10 cm <sup>3</sup> Glyz.	1,069	1,379	0,000 817	685
20,90	20 " "	1,101	1,391	0,000 789	730
20,90	30 " "	1,128	1,403	0,000 760	844
20,90	40 " "	1,140	1,414	0,000 678	887
20,90	60 " "	1,182	1,435	0,000 501	1182
21,00		1,054	1,367	0,001 077	667
21,00	10 C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	1,155	1,451	0,000 904	706
21,00	20 "	1,256	1,561	0,000 800	—
21,00	30 "	1,355	1,646	0,000 722	972
21,00	40 "	1,458	1,718	0,000 670	1040
21,00	50 "	1,553	1,803	0,000 580	1130

Tabelle IV.

Einfluß der verschiedenen Zusätze auf die spez. Drehung:

$$[\alpha] = \frac{100}{c \cdot l} \cdot \alpha.$$

Zusatz	NaCl	KCl	LiCl	CaCl <sub>2</sub>	MgCl <sub>2</sub>	KNO <sub>3</sub>	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	Glyzerin
0 g	-147	-164	-159	-156	-156	-151	-150	-159,3
5	-135	-142	-115	-116	-147	-127	-151	-158,6
10	-108	-130	-106	-104	-121	-109	-150	-157,3
20	- 89	- 96	- 91	- 89	-105	- 92	-149	-155,9

steht in seinem Verhalten den Chloriden der zweiten Gruppe, dem CaCl<sub>2</sub> und MgCl<sub>2</sub>, viel näher. Es waren auch hier sechs Lösungen hergestellt worden, doch konnten die Beobachtungen nur bei den ersten drei mit 0, 3, 5 g LiCl auf 100 cm<sup>3</sup> ausgeführt werden. Lösung IV erstarrte zwar noch, die Platte

war aber so weich, daß sie noch vier Tage nach dem Gießen beim Beobachten zerriß. Lösung V und VI mit einem Zusatz von 15 bez. 20 g LiCl wurden überhaupt nicht mehr fest; noch nach vier Wochen waren sie vollkommen flüssig. Dementsprechend zeigen die Werte der spezifischen Doppelbrechung und des Elastizitätsmoduls eine außerordentlich rasche Abnahme. Ein Zusatz von 5 g LiCl genügt, um sie bis auf 49 bez. 36 Proz. ihres Anfangswertes herabzudrücken.

Calciumchlorid und Magnesiumchlorid bewirken ebenfalls eine sehr starke Verminderung der Festigkeit und damit ein schnelles Sinken der spezifischen Doppelbrechung und des Elastizitätsmoduls. Auch hier verlieren die Lösungen bald ihre Eigenschaft zu gelatinieren. Beim Magnesiumchlorid ist zu beachten, daß das benutzte Salz noch 6 Moleküle  $H_2O$  Kristallwasser enthielt, nach dessen Abzug von einem Gramm zugeführter Substanz nur 0,467 g  $MgCl_2$  übrig bleibt.

Diese drei Salze LiCl,  $CaCl_2$  und  $MgCl_2$  zeichnen sich dadurch aus, daß sie außerordentlich hygroskopisch sind und infolgedessen an der Luft sehr schnell zerfließen. Die Vermutung liegt nahe, diese Eigenschaft mit ihrem auffallend starken Einfluß auf das physikalische Verhalten der Gelatine in Verbindung zu bringen. Man könnte sich denken, daß diese Salze infolge ihrer starken Wasseranziehung der Gelatine einen Teil des bei der Lösung aufgenommenen Wassers entzögen, wodurch der molekulare Aufbau derselben gestört und der feste Zusammenhang ihrer Teile gelockert würde.

Das Kaliumnitrat wirkt ähnlich wie die Chloride des Natriums und Kaliums. Dagegen zeichnet sich Natriumsulfat wieder durch ein ganz auffallendes Verhalten aus. Im Gegensatz zu sämtlichen anderen untersuchten Substanzen zeigt  $Na_2SO_4$  gar keinen Einfluß auf die spezifische Doppelbrechung und den Elastizitätsmodul. Beide bleiben bei Zusatz von  $Na_2SO_4$  so gut wie konstant.

Daß die Sulfate das physikalische Verhalten der Gelatine in anderer Weise beeinflussen als die Chloride und Nitrate ist auch durch die vor kurzem veröffentlichten Untersuchungen von P. v. Schroeder<sup>1)</sup> bestätigt worden. Er fand nämlich,

1) P. v. Schröder, Zeitschr. f. phys. Chemie 45. p. 75. 1903.

daß durch den Zusatz von Sulfaten das Erstarrungsvermögen einer reinen Gelatinelösung vergrößert wird, während Chloride und Nitrate dasselbe verringern.

Da sich bei der Untersuchung der rein wässerigen Gelatinelösungen ergeben hat, daß die spezifische Doppelbrechung der ersten, der Elastizitätsmodul aber der zweiten Potenz der Konzentration wenigstens angenähert proportional ist, so folgt daraus, daß für diese Gallerten der Quotienten

$$\frac{n_s - n_0}{l/L} / \sqrt{E}$$

nahezu konstant ist. Es fragt sich nun, ob diese Beziehung auch noch für die mit Salzzusätzen versehenen Gelatinen gültig bleibt. Wenn es der Fall ist, so kann man annehmen, daß der Salzzusatz unmittelbar nur auf das elastische Verhalten der Gelatine einwirke; und daß die Abnahme der spezifischen Doppelbrechung nur eine Folgeerscheinung sei, bedingt durch das Sinken des Elastizitätsmoduls. Ein bestimmter Salzzusatz brächte alsdann ganz dieselbe Wirkung hervor, wie eine entsprechende Herabsetzung des Gelatinegehaltes. Berechnet man für die verschiedenen Salzzusätze den Quotienten

$$\frac{n_s - n_0}{l/L} / \sqrt{E},$$

so zeigt er sich in den meisten Fällen nicht konstant, sondern nimmt mit wachsendem Salzgehalt ab. Die Salze scheinen also auch einen direkten Einfluß auf die Doppelbrechung selber auszuüben.

Außer den besprochenen Elektrolyten wurden noch Glycerin und Rohrzucker als Zusätze verwendet. Beide üben nun einen wesentlich anderen Einfluß auf das Verhalten der Gelatine aus, als die untersuchten Salze. Während bei diesen der Zusammenhang zwischen den einzelnen Teilen der Gelatine gelockert wird, und infolgedessen die spezifische Doppelbrechung und der Elastizitätsmodul gleicherweise sinken, tritt, wenn man das Lösungswasser teilweise durch Glycerin oder Zuckerslösung ersetzt, eine deutliche Zunahme der Festigkeit ein. Demgemäß beobachtet man ein entsprechendes Anwachsen des Elastizitätsmoduls; während aber gleichzeitig die spezifische

Doppelbrechung abnimmt; ein weiterer Beweis dafür, daß diese nicht allein durch die Elastizität bestimmt wird.

Die Versuche über Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in rein wässerigen und den mit verschiedenen Zusätzen versehenen Gelatinelösungen haben als wesentliches Resultat ergeben, daß der Einfluß dieser Zusätze auf die spezifische Drehung im allgemeinen dem auf die spezifische Doppelbrechung ausgeübten analog ist. Sämtliche der angewandten Salze bewirken eine starke Herabsetzung der Drehung — ausgenommen allein das Natriumsulfat, welches hier wie bei der Doppelbrechung gar keine Wirkung zeigt. Genau dasselbe hat übrigens F. Framm<sup>1)</sup> in seiner Arbeit über die spezifische Drehung von  $\beta$ -Glutin für die Sulfate des Natriums, Kaliums und Ammoniums gefunden. Von den Chloriden zeichnen sich auch hier  $\text{LiCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$  durch eine besonders starke Wirkung aus; allerdings nur insofern als schon bei geringen Zusätzen die Drehung schnell sinkt, um sich dann aber, wie es scheint, einem konstanten Endwert zu nähern, der von dem durch  $\text{NaCl}$  und  $\text{KCl}$  bewirkten kaum verschieden ist. Im Gegensatz zu den Salzen bringt der Zusatz von Glyzerin nur eine äußerst geringe Abnahme der spezifischen Drehung hervor.

Von der Verwendung eines Rohrzuckerzusatzes wurde abgesehen.

Zum Schlusse seien noch einmal die wesentlichsten Ergebnisse der Untersuchung hervorgehoben:

1. Die in wässerigen Gelatinegallerten durch einseitigen Zug hervorgerufene künstliche Doppelbrechung ist der sie erzeugenden relativen Verlängerung proportional. Diese Proportionalität bleibt auch bestehen, wenn den Lösungen verschiedene (im folgenden genannte) Substanzen zugesetzt werden.

2. Die spezifische Doppelbrechung rein wässriger Gelatinelösungen ist proportional der Konzentration, dagegen wächst der Elastizitätsmodul angenähert mit dem Quadrat der Konzentration; bei höherem Gelatinegehalt erfolgt der Anstieg des Elastizitätsmoduls jedoch langsamer.

1) F. Framm, Pflügers Archiv f. d. ges. Physiologie 68, p. 144. 1897.



4. Durch Zusatz von  $\text{KCl}$ ,  $\text{NaCl}$ ,  $\text{LiCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{KNO}_3$  wird die spezifische Doppelbrechung, die spezifische Drehung und der Elastizitätsmodul der Gelatine bedeutend herabgesetzt.

Unter diesen Salzen zeichnen sich  $\text{LiCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$  durch einen besonders starken Einfluß aus. Dagegen übt  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  keine merkliche Wirkung auf die in Frage kommenden Größen aus.

5. Beim Zusatz von Glyzerin und Rohrzucker sinkt die spezifische Doppelbrechung ebenfalls, während aber gleichzeitig der Elastizitätsmodul eine starke Zunahme erfährt.

(Eingegangen 17. März 1904.)

# 10. *Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper; von M. T. Huber.*

Im Jahre 1881 wurde von H. Hertz die allgemeine Lösung des folgenden wichtigen Problems der Elastizitätstheorie veröffentlicht<sup>1)</sup>:

„Zwei elastische isotrope Körper berühren sich in einem sehr kleinen Teile ihrer vollkommen glatt gedachten Oberfläche und üben durch diesen Teil (Druckfläche) gegenseitig einen endlichen Druck aus. Gegeben sind die beiden Elastizitätskonstanten eines jeden der sich berührenden Körper, die Form und gegenseitige Lage der Oberflächen in der Nähe des Berührungspunktes, endlich der Gesamtdruck; gesucht ist die Fläche, von welcher die Druckfläche ein unendlich kleiner Teil ist, die Form und absolute Größe der Druckfigur (d. h. der Begrenzung der Druckfläche), die Verteilung des senkrechten Druckes in der Druckfläche, endlich die Annäherung der beiden Körper, welche durch einen bestimmten Gesamtdruck hervorgerufen wird.“

Die gefundene Lösung veranlaßte Hertz zum Versuch, an die Stelle mehrerer älteren, der wissenschaftlichen Strenge entbehrenden Definitionen der Härte eine neue, möglichst einfache und exakte, in folgenden Worten zu setzen<sup>2)</sup>:

„Die Härte ist die Festigkeit, welche ein Körper derjenigen Deformation entgegensetzt, die einer Berührung mit kreisförmiger Druckfläche entspricht. Ein absolutes Maß aber für die Härte erhalten wir, wenn wir festsetzen: Die Härte eines Körpers wird gemessen durch den Normaldruck auf die Flächeneinheit, welcher im Mittelpunkte einer kreisförmigen Druckfläche herrschen muß, damit in einem Punkte des Körpers die Spannungen eben die Elastizitätsgrenze erreichen.“

1) H. Hertz, Journ. für die reine u. ang. Math. 92. p. 156—171. 1881. Oder auch: Gesammelte Werke 1. p. 155—173. 1895.

2) H. Hertz, Verhandl. d. Ver. zur Beförd. d. Gewerbe. Berlin, November 1882. Oder: Gesammelte Werke 1. p. 174—196. 1895.

Aus der Hertz'schen Arbeit geht weiter hervor, daß an der so definierten Härte die Bedeutung einer Materialkonstante beilegte, und so wurde auch seine Theorie von nachfolgenden Forschern gedeutet. Während aber die Hauptergebnisse der Hertz'schen Lösung oftmals glänzende experimentelle Bestätigung fanden<sup>1)</sup> und ohne Zweifel unanfechtbar sind, so gilt das nicht mehr von der angeführten Anwendung. Die Erfahrung lehrt nämlich<sup>2)</sup>, daß die Hertz'sche Härte für spröde Körper von den Krümmungsradien beider Körperoberflächen an der Berührungsstelle abhängt, daß sie also nicht als Materialkonstante betrachtet werden kann. Ich glaube in vorliegender Arbeit wesentliches zur Aufklärung dieser Tatsache beizutragen.

Eine Berührung mit kreisförmiger Druckfläche findet im allgemeinen statt, wenn die Oberflächen beider Körper in der Nähe der Berührungsstelle sphärisch gekrümmt sind. Für diesen Fall genügt es also die Berührung zweier Kugeln zu betrachten.

Bezeichnet  $p$  den Gesamtdruck;  $R_1 = 1/\varrho_1$ ,  $R_2 = 1/\varrho_2$  die Radien,  $E_1 \mu_1$ ,  $E_2 \mu_2$  die gewöhnlichen (Young-Poissonschen<sup>3)</sup>) und  $\vartheta_1 = 4(1 - \mu_1^2)/E_1$ ,  $\vartheta_2 = 4(1 - \mu_2^2)/E_2$  die von Hertz eingeführten Elastizitätskonstanten der beiden Kugeln, so ist der Radius des Druckkreises:

$$(I) \quad a = \sqrt[3]{\frac{3p}{16} \cdot \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{\varrho_1 + \varrho_2}},$$

die Annäherung der Kugeln:

$$(II) \quad \alpha = \frac{3p}{16a} (\vartheta_1 + \vartheta_2),$$

die Hauptspannungen (Drucke) im Mittelpunkt des Druckkreises

$$(III) \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_x^{(0)} = \frac{3p}{2\pi a^3} = p', \\ X_x^{(0)} = Y_y^{(0)} = \left(\frac{1}{2} + \mu\right) \frac{3p}{2\pi a^3} = \frac{1+2\mu}{2} p'. \end{array} \right.$$

1) H. Hertz, Gesammelte Werke 1. p. 188. 1895; F. Auerbach, Wied. Ann. 43. p. 61—100. 1891; Stribeck, Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 45. p. 73—79. 1901; Schwinning, l. c., 45. p. 332—336. 1901.

2) F. Auerbach, Wied. Ann. 43. p. 61—100. 1891.

3) Hertz benützte in seinen p. 153 zitierten Abhandlungen die Kirchhoffschen Elastizitätskonstanten  $K$  und  $\theta$ . Seine im folgenden mit römischen Ziffern bezeichneten Formeln wurden für gewöhnliche Elastizitätskonstanten umgerechnet.

Dabei ist die  $z$ -Achse der Richtung des Gesamtdruckes parallel gedacht. Die letzteren Gleichungen beziehen sich auf den einen oder den anderen Körper, je nachdem  $\mu = \mu_1$  oder  $\mu = \mu_2$  gesetzt wird. Hertz berechnet außerdem noch den Normaldruck  $Z_z$ , die Verschiebung  $\zeta$  in seiner Richtung und die Verdichtung  $\sigma$  des Materiales im beliebigen Punkte der kreisförmigen Druckfläche. Die allgemeinen Spannungskomponenten im Innern des Körpers gibt Hertz explizite nicht an, obwohl die genaue Kenntnis des Spannungszustandes in der Nähe des Randes der Druckfläche, wo bei wachsendem Druck die Überschreitung der Elastizitätsgrenze in spröden Körpern zuerst auftritt, offenbar von wesentlicher Bedeutung für das Härteproblem ist. Wie aus seinen eigenen Worten hervorgeht, betrachtete Hertz die bezüglichen Rechnungen wegen der großen Kompliziertheit der Formeln als kaum durchführbar; für den Fall zweier Kugeln treten jedoch, wie ich mich überzeugt habe, im Laufe der allerdings recht mühsamen Rechnung, so erhebliche Vereinfachungen ein, daß man am Ende zu gut verwendbaren Formeln gelangt, welche nur elementare Funktionen enthalten. Den Ausgangspunkt der Rechnung bildeten folgende allgemeine Gleichungen:

$$(IV) \quad \begin{cases} X_x = -\frac{E}{1+\mu} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} - 4\mu \frac{\partial P}{\partial x}, \\ Y_y = -\frac{E}{1+\mu} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} - 4\mu \frac{\partial P}{\partial y}, \\ Z_z = -\frac{E}{1+\mu} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} - 4(2-\mu) \frac{\partial P}{\partial z}, \\ X_y = -\frac{E}{1+\mu} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial y}, \\ X_z = -\frac{E}{1+\mu} \left\{ \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z} + \vartheta \frac{\partial P}{\partial x} \right\} = 2z \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z}, \\ Y_z = -\frac{E}{1+\mu} \left\{ \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z} + \vartheta \frac{\partial P}{\partial y} \right\} = 2z \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z}. \end{cases}$$

Obigen Formeln ist in jedem der beiden Körper ein besonderes mit ihm im Unendlichen starr verbundenes rechtwinklig-geradliniges Koordinatensystem zugrunde gelegt. Die  $xy$ -Ebene und die  $z$ -Achse des Systems fallen mit der gemeinsamen Tangentialebene, bez. Normale, der beiden Oberflächen während der ursprünglichen mathematischen Berührung zusammen.  $Y_z$  be-

zeichnet die Druckkomponente in der Richtung der  $y$ , welche in einem Flächenelemente, dessen Normale die  $x$ -Richtung hat, von dem Körperteile, in dem  $x$  kleinere Werte besitzt, auf denjenigen, in dem  $x$  größer ist, ausgeübt wird. Die analoge Bezeichnung gilt für die übrigen Druckkomponenten.  $P$  ist außerhalb der kreisförmigen Druckfläche eine Funktion der positiven Wurzel  $u$  der quadratischen Gleichung

$$(V) \quad \frac{x^2 + y^2}{a^2 + u} + \frac{z^2}{u} = 1$$

von der Form

$$(VI) \quad P = \frac{3p}{16\pi} \int_u^\infty \frac{1 - \frac{r^2}{a^2 + u} - \frac{z^2}{u}}{(a^2 + u)\sqrt{u}} du,$$

in welcher zur Abkürzung  $x^2 + y^2 = r^2$  gesetzt wurde. Für das Innere des Druckkreises ist die untere Grenze des Integrales  $u = 0$  zu setzen. Schließlich bezeichnet  $\Pi$  zwei Funktionen, deren eine sich auf den einen, die andere sich auf den anderen Körper bezieht, und zwar ist:

$$(VII) \quad \begin{cases} \Pi_1 = -\frac{2(1+\mu_1)}{E_1} P + \frac{2(1+\mu_1)(1-2\mu_1)}{E_1} \left\{ \int_z^\infty P dz - J \right\}, \\ \Pi_2 = -\frac{2(1+\mu_2)}{E_2} P + \frac{2(1+\mu_2)(1-2\mu_2)}{E_2} \left\{ \int_z^\infty P dz - J \right\}. \end{cases}$$

Hierin bedeutet  $J$  eine Konstante, die so gewählt ist, das  $\Pi$  endlich wird.

Die Verschiebungskomponenten nach  $x, y, z$  sind:

$$(VIII) \quad \xi = \frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad \eta = \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad \zeta = \frac{\partial \Pi}{\partial z} + 2\vartheta P;$$

die Verdichtung

$$\sigma = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \nu^2 \Pi + 2\vartheta \frac{\partial P}{\partial z},$$

oder wegen

$$(IX) \quad \nu^2 \Pi = -\frac{4(1+\mu)}{E} \frac{\partial P}{\partial z},$$

wird

$$(X) \quad \sigma = \frac{4(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \frac{\partial P}{\partial z}.$$

Das Integral (VI) läßt sich ohne Schwierigkeit in folgender geschlossener Form darstellen:

$$(1) \quad P = \frac{p'}{8} \left\{ \frac{x}{a} (a^2 + z^2 - \frac{r^2}{x}) \arctg \frac{a}{\sqrt{u}} + \frac{r^2 \sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{2x^2}{\sqrt{u}} \right\},$$

wo nach (III)  $p' = 3p/16\pi a^3$ . Dabei ist nach Gleichung (V)

$$(2) \quad u = \frac{1}{4} [r^2 + z^2 - a^2 \pm \sqrt{(r^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2}].$$

Die Differentiation nach  $z$  liefert jetzt nach mehreren Reduktionen unter Berücksichtigung von (V)

$$(3) \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{p'}{2} z \left\{ \frac{1}{a} \arctg \frac{a}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u}} \right\}.$$

Die Verdichtung in einem beliebigen Punkte des Körpers außerhalb der Druckfläche ist also nach (X) gegeben durch die Gleichung

$$(4) \quad \sigma = 2p' \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} z \left\{ \frac{1}{a} \arctg \frac{a}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u}} \right\}.$$

In der Druckfläche selbst ist aber nach Hertz:

$$(XI) \quad \sigma = -2p' \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a}.$$

Berücksichtigt man, daß

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \quad \text{und} \quad \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x=0} = \frac{2u}{2u + a^2 - r^2 - x^2},$$

so gibt die Berechnung des zweiten Differentialquotienten nach  $x$  von  $P$  für die Ebene  $x=0$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right)_{x=0} &= \frac{p'}{4} \left\{ \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \arctg \frac{a}{\sqrt{u}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{u}}{2u + a^2 - r^2 - x^2} \left[ \frac{r^2}{2} \frac{a^2 - u}{(a^2 + u)^2} + \frac{x}{u} - \frac{a^2 + x^2 - \frac{r^2}{2}}{a^2 + u} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Hier verschwindet jedoch identisch der Ausdruck in der eckigen Klammer, folglich ist

$$(5) \quad \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right)_{x=0} = \frac{p'}{4} \left\{ \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \arctg \frac{a}{\sqrt{u}} \right\}.$$

Aus (VII) folgt ferner nach Fortlassung der Indices:

$$(6) \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = \frac{2(1+\mu)}{E} \left\{ (1-2\mu) \int_z^\infty \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} dz - z \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right\}.$$

Substituiert man diesen Wert in die erste der Gleichungen (IV), so erhält man

$$(7) \quad X_z = 2z \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} - 4\mu \frac{\partial P}{\partial x} - 2(1 - 2\mu) \int_z^\infty \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} dz.$$

Die Berechnung des Normaldruckes  $\bar{X}_z$  im beliebigen Punkte der Ebene  $x = 0$  erfordert also noch die Auswertung des Integrales

$$\int_z^\infty \left( \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} \right)_{x=0} dz = \frac{p'}{4} \int_z^\infty \left( \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} \right) dz.$$

Durch teilweise Integration unter Benützung der Gleichung (V) findet man das unbestimmte Integral

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} \int \left( \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} \right)_{x=0} dz &= \frac{p'}{4} \left\{ \left( \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} \right) z \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \frac{a^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2 + u} \right)^{3/4} \right\} \\ &= \frac{p'}{4} \left\{ \left( \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} \right) z - \frac{2}{3} \frac{a^2}{r^2} \left( \frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right\}, \end{aligned} \right.$$

und nach Einführung der Grenzen:

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} \int_z^\infty \left( \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} \right)_{x=0} dz &= -\frac{p'}{4} \left\{ z \left( \frac{\sqrt{u}}{a^2 + u} - \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} \frac{a^2}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

Nach Substitution der Werte aus (3), (5) und (9) in (7) erhalten wir schließlich für die normale Druckkomponente in der  $yz$ -Ebene folgende Formel:

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{X}_z &= p' \left\{ \frac{1 - 2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{z}{\sqrt{u}} \left[ 2\mu + \frac{(1 + \mu)u}{a^2 + u} - (1 + \mu) \frac{\sqrt{u}}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$



Für die dritte Druckkomponente findet man aus (IV) und (VII) die allgemeine Gleichung

$$(XII) \quad Z_z = -2 \frac{\partial P}{\partial z} + 2z \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}.$$

Die Differentiation von (3) liefert aber

$$(11) \quad \left( \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) = \frac{p'}{2} \left\{ \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} - \frac{1}{u} + \frac{a^2}{u\sqrt{u}} \cdot \frac{x^2}{2u + a^2 - r^2 - z^2} \right\}.$$

Berücksichtigt man noch die wegen (V) bestehende Identität:

$$(12) \quad \frac{1}{2u + a^2 - r^2 - z^2} = \frac{u}{u^3 + a^2 x^2},$$

so ist (außerhalb des Druckkreises):

$$(13) \quad Z_z = p' \left( \frac{x}{\sqrt{u}} \right)^2 \frac{a^2 u}{u^3 + a^2 x^2}.$$

Die Komponente  $Y_y$  berechnen wir mit Hilfe der Relation

$$(14) \quad X_x + Y_y + Z_z = -4(1 + \mu) \frac{\partial P}{\partial x},$$

welche aus den Gleichungen (IV) und (IX) leicht zu entnehmen ist. Wir erhalten (in den Punkten der  $yz$ -Ebene):

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{Y}_y = -p' \left\{ \frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{x}{\sqrt{u}} \right)^2 \right] + \left( \frac{x}{\sqrt{u}} \right)^2 \frac{a^2 u}{u^3 + a^2 x^2} \right. \\ \left. + \frac{x}{\sqrt{u}} \left[ \frac{(1-\mu)u}{a^2 + u} + (1+\mu) \frac{\sqrt{u}}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} - 2 \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

Von den übrigen drei Tangentialkomponenten ist infolge der Symmetrie bezüglich der  $z$ -Achse nur eine und zwar  $Y_z$  notwendig, um den Spannungszustand vollständig zu beschreiben. Man findet ohne Schwierigkeit

$$Y_z = 2z \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z} = p' \frac{y x^2}{u^3 + a^2 x^2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{u}}{a^2 + u},$$

oder, da in der  $yz$ -Ebene  $y = r$

$$(16) \quad \bar{Y}_z = p' \frac{r x^2}{u^3 + a^2 x^2} \frac{a^2 \sqrt{u}}{a^2 + u}.$$

Die gefundenen allgemeinen Formeln (10), (13) und (15) sollen für  $r = 0$ ,  $z = 0$  mit den von Hertz berechneten

Werten (III) übereinstimmen. Man findet in der Tat zuerst für  $r = 0$ :

$$u = z^2, \quad \left\{ \frac{1}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{u}} \right)^2 \right] \right\}_{r=0} = \frac{2}{a^2 + z^2},$$

$$(17) \quad \begin{cases} (X_x)_{r=0} = (Y_y)_{r=0} = p' \left\{ (1 + \mu) \left[ 1 - \frac{z}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{z} \right] - \frac{1}{2} \frac{a^2}{a^2 + z^2} \right\} \\ (Z_z)_{r=0} = p' \frac{a^2}{a^2 + z^2}, \end{cases}$$

und dann für  $z = 0$

$$X_x^{(0)} = Y_y^{(0)} = \left( \frac{1}{2} + \mu \right) p', \quad Z_z^{(0)} = p'.$$

Außerdem verschwinden alle vier Druckkomponenten, wie es die Hertz'sche Theorie verlangt, für die unendlichen Werte der Koordinaten, was in Verbindung mit letzteren Resultaten als eine willkommene Prüfung der neuen Formeln betrachtet werden kann.

Da in der Druckfläche (im Sinne der Hertz'schen Lösung  $z = 0$  und  $u = 0$  zu setzen ist, so nimmt in allgemeinen Formeln für  $\bar{X}_x$ ,  $\bar{Y}_y$  und  $\bar{Z}_z$  der Ausdruck  $z/\sqrt{u}$  die Form  $\frac{z}{a}$  an. Man findet aber auf bekannte Weise seinen wahren Wert:

$$\left( \frac{z}{\sqrt{u}} \right)_{\substack{z=0 \\ u=0}} = \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a};$$

folglich gelten für die Hauptdrücke in der Druckfläche folgende Formeln:

$$(18a) \quad \bar{X}_x = p' \left\{ \frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - r^2} \right)^2 \right] + \frac{2\mu}{a} \sqrt{a^2 - r^2} \right\}$$

$$(18b) \quad \bar{Y}_y = -p' \left\{ \frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2} \left[ 1 - \left( \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - r^2} \right)^2 \right] - \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - r^2} \right\}$$

$$(18c) \quad \bar{Z}_z = p' \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{a}.$$

Die letztere Gleichung ist, wie oben erwähnt, bereits von Hertz angegeben worden.

Man überzeugt sich leicht, daß die durch die Formeln (18) ausgedrückten Hauptdrücke in der Ebene  $z = 0$  für  $r = 0$  die oben angeführten Werte  $X_x^{(0)}$ ,  $Y_y^{(0)}$ ,  $Z_z^{(0)}$  annehmen.

Bei der Anwendung der gefundenen Resultate muß man darauf achten, daß die Hertz'sche allgemeine Lösung, von

welcher das Obige abgeleitet wurde, streng genommen nur für einen unendlich kleinen, die Druckstelle umgebenden Teil eines Körpers gilt. Innerhalb dieses Teiles verschwindet also in der Oberfläche des Körpers  $z$  gegen  $r$  und wir erhalten aus (10) und (15) folgende einfache Formeln für die Hauptdrucke in der Oberfläche außerhalb des Druckkreises:

$$(19a) \quad \bar{X}_x = p' \frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2},$$

$$(19b) \quad \bar{Y}_y = -p' \frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{r^2}.$$

Diese Drucke erreichen ihre größten Werte (absolut genommen)

$$(20a) \quad \bar{X}_x = \frac{1-2\mu}{3} p',$$

$$(20b) \quad \bar{Y}_y = -\frac{1-2\mu}{3} p'$$

für  $r = a$ , d. h. am Rande der Druckfläche. Die nähere Betrachtung der allgemeinen Formeln lehrt weiter, daß der letztere Wert von  $\bar{Y}_y$  den größten Zug bestimmt, welcher überhaupt im ganzen Körper vorkommt. Beim spröden Material scheinen also hier die Bedingungen für das Zustandekommen eines Sprunges bei einem gewissen Werte des Gesamtdruckes  $p$  aufzutreten. Diese Vermutung hat bereits Hertz in der l. c. zitierten Arbeit ausgesprochen und fand sie später durch einige Versuche mit Glas bestätigt.<sup>1)</sup> Dagegen hatte der Sprung bei zahlreichen Auerbachschen Experimenten in einer kleinen, aber meßbaren Entfernung vom Rande des Druckkreises und außerhalb desselben stattgefunden.

Wenn die Druckfläche nicht mehr als verschwindend klein gegen die Oberfläche der Kugel angesehen werden kann, so liefert die Hertz'sche Lösung und somit unsere Formeln (18), (19), (20) nur eine Annäherung, die um so größer wird, je kleiner in der Oberfläche  $z$  im Vergleich zu  $r$  ist. Man gewinnt offenbar eine Vorstellung von der Größe des durch Benützung der Gleichung (20) begangenen Fehlers, wenn man die

1) In der zweiten Abhandlung behauptet er aber an einem Orte (Werke, p. 185 u. 186), zwar ohne die bezüglichen Rechnungen anzuführen, daß die radiale Zugspannung „in der Nähe der Grenze“ der (elliptischen) Druckfläche ihr Maximum erreicht.

allgemeinen Formeln für  $\bar{X}_x$  und  $\bar{Y}_y$  in Potenzreihen nach  $z/a$  entwickelt und nur das Glied von niedrigster Ordnung beibehält. Es ist dann (für  $r = 0$ )

$$(21) \quad \begin{cases} \bar{X}_x = p' \left[ \frac{1-2\mu}{3} + 2\mu \sqrt{\frac{x}{a}} - \dots \right], \\ \bar{Y}_y = -p' \left[ \frac{1-2\mu}{3} - 2 \sqrt{\frac{x}{a}} + \dots \right]. \end{cases}$$

Wir sehen, daß bereits für  $z/a \leq 1/1000$  von keiner Annäherung mehr die Rede sein kann und daß die Krümmung der Körperoberfläche eine starke Verminderung der nach der Hertzschen Theorie berechneten Zugspannungen am Rande der Druckfläche zur Folge hat, sobald das Verhältnis  $a/R$  (Radius der Druckfläche zum Kugelradius) etwa  $1/100$  übersteigt. Das findet aber fast immer statt, wenn durch Drucksteigerung die Elastizitätsgrenze der sich berührenden Kugel überschritten werden soll; folglich wird im Falle der Kugeln (insbesondere einer Kugel und einer Platte) aus demselben spröden Material der Sprung bei wachsendem Druck zuerst an der größeren Kugel (bez. an der Platte) zustande kommen müssen, angenommen, was in diesem Falle durchaus plausibel erscheint, daß nur die absolute Größe der Zugspannung für das Auftreten eines Sprunges maßgebend ist. Dadurch erklärt sich auf einfachste Weise die vom Prof. Auerbach bemerkte Tatsache, daß beim Zusammendrücken von Kugel und Platte der Sprung stets in der letzteren auftrat. Zugleich bringen obige Betrachtungen den theoretischen Beweis, daß die Hertzsche Definition des absoluten Maßes der Härte (in der allgemeinen am Anfang angeführten Fassung) für spröde Körper unhaltbar ist. Denn es sind offenbar aus Versuchen mit Kugel und Platte andere Werte der Hertzschen Härte zu erwarten, als z. B. aus denjenigen mit zwei gleichen Kugeln; obwohl in beiden Fällen kreisförmige Druckflächen entstehen müssen.

In der ganzen Oberfläche der ebenen Platte ist tatsächlich  $z = 0$ , mithin werden auch die in der Oberflächenschichte auftretenden Spannungen bei jeder beliebigen Größe des Druckkreises genau den Formeln (10), (13), (15), (18), (19), (20) folgen, solange wenigstens die Abhängigkeit des Radius  $a$  des Druckkreises vom Gesamtdrucke  $p$  der Gleichung (I) gehorcht. Drückt

man daher mehrere Kugeln von verschiedenem Radius  $R$  an die Platte von gleichem Material, bis der Normaldruck im Mittelpunkt des Druckkreises dieselbe Größe

$$p' = \frac{3}{2} \frac{p}{\pi a^2} = \frac{1}{\pi} \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{a}{R}$$

erreicht, so werden in der Platte unter allen Kugeln räumlich ähnliche und in entsprechenden Punkten quantitativ identische Spannungszustände hervorgerufen. Wenn also, wie Hertz annahm, die Festigkeit eine reine Eigenschaft des Materiales wäre, so müßte der Sprung in der Platte für jeden Kugelradius bei demselben  $p'$  (daher demselben  $a/R$ ) auftreten und zwar am Rande des Druckkreises, wo die größte Zugspannung herrscht. Da aber die Auerbachschen Versuche diese Schlüsse nicht bestätigen und vor allem eine Abhängigkeit der Grenzspannung (bei welcher der Sprung eintritt) vom Kugelradius nachweisen, so liefern sie gleichzeitig auf Grund des Vorhergehenden noch einen experimentellen Beweis mehr für die Richtigkeit der namentlich von Prof. W. Voigt vertretenen Ansicht<sup>1)</sup>, daß die Erscheinungen der Festigkeit nicht durch die dem Material individuellen Konstanten allein darstellbar seien. Ohne Zweifel hat man hier mit Erscheinungen der „Oberflächenfestigkeit“ zu tun, da z. B. für  $R=1$  mm und  $a=\frac{1}{11}R$  (der Grenzwert aus Auerbachschen Versuchen) die Dicke der gezogenen Schichte am Rande des Druckkreises weniger als 0,001 mm beträgt. Ungefähr bei dieser Größe von  $z$  (für  $r=a$ ) wechselt nämlich der Wert von  $\bar{Y}_y$  sein Vorzeichen, wie aus der Formel (15), oder bequemer aus der angenäherten Formel (21) ersichtlich ist.

Krakau, Februar 1904.

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 4. p. 567—591. 1901.

(Eingegangen 15. März 1904.)

# 11. Über die durchdringenden Strahlen des Radiums; von F. Paschen.

Außer den positive Elektrizität führenden  $\alpha$ -Strahlen und den negative Elektrizität führenden  $\beta$ -Strahlen ist noch eine weitere Strahlung<sup>1)</sup> des Radiums wohl zuerst von Hrn. Villard<sup>2)</sup> bemerkt, welche sich durch geringe Absorbierbarkeit auszeichnet und weder elektrische noch magnetische Ablenkung gezeigt hat. Hr. Rutherford bezeichnet sie als  $\gamma$ -Strahlen. Obwohl keinerlei Versuche über das Wesen dieser Strahlen angestellt sind, werden sie übereinstimmend von verschiedenen Forschern als den Röntgenstrahlen analog angesehen. Sie sollen danach in einer Induktion (elektromagnetischen Störung) bestehen, welche beim plötzlichen Fortgehen der Elektronen vom Radium oder beim Aufprall derselben auf Hindernisse erzeugt und in den Raum hinaus wie das Licht fortgepflanzt wird. Nun haben die  $\gamma$ -Strahlen zwar wie die Röntgenstrahlen ein größeres Durchdringungsvermögen, als die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen. Doch verhalten sich die Ionisierungen verschiedener Gase unter dem Einfluß der  $\gamma$ -Strahlen nach Hrn. R. J. Strutt<sup>3)</sup> keineswegs so wie bei der Ionisation durch die Röntgenstrahlen. Vielmehr sind, bezogen auf die Ionisierung der Luft als Einheit, die Ionisationen der verschiedenen Gase ziemlich genau dieselben, wie unter dem Einfluß der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen des Radiums. Die Absorption der  $\gamma$ -Strahlen in verschiedenen Gasen ist danach sehr verschieden von der der Röntgenstrahlen.

Wenn ferner aus dem Fehlen der elektrischen oder magnetischen Ablenkung der Schluß gezogen worden ist, daß die  $\gamma$ -Strahlen keine Ladung haben, so ist ein solcher Schluß doch nicht berechtigt, da für die Ablenkbarkeit durch die uns zur Verfügung stehenden magnetischen und elektrischen Felder

1) E. Rutherford, *Physik. Zeitschr.* 4. p. 235. 1903; Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen von M<sup>me</sup> Curie, p. 41. Braunschweig 1904.

2) P. Villard, *Compt. rend.* 130. p. 1010. 1900.

3) R. J. Strutt, *Proc. Roy. Soc.* 72. p. 208. 1903.

außer der Ladung noch die Geschwindigkeit und damit zusammenhängend die scheinbare Trägheit der Quanten maßgebend sind.

Aus den im folgenden kurz zu beschreibenden Versuchen ergibt sich, daß die  $\gamma$ -Strahlen Kathodenstrahlen großer Durchdringlichkeit sind, weil sie eine negative Ladung mit sich führen, so daß die erwähnten, ziemlich unbestimmten Vorstellungen unnötig werden.

11,85 mg aktivstes Radiumbromid von Buchler & Co. sind luftdicht eingeschmolzen in einem Glasröhrchen von 15 mm Länge und 5 mm äußerer Dicke bei 0,5 mm Wandstärke. Ein eingeschmolzener Platindraht berührt die Kristalle. Dieses Glasröhrchen wird entweder frei oder vollständig eingeschlossen in Bleibehältern verschiedener Wandstärke an einem Quarzstabe isoliert in einem möglichst guten Vakuum aufgehängt. An dem Bleibehälter hängen zwei Aluminiumblätter als Elektroskop. Das Platin des Gläschens berührt auch das Blei. Die Anordnung ist analog der von Hrn. R. J. Strutt<sup>1)</sup> für einen Demonstrationsversuch beschriebenen. Wie zuerst von C. V. Boys gefunden, isoliert eine solche Quarzaufhängung im Vakuum sehr gut. Die Isolation meiner Anordnung ist durch folgendes gekennzeichnet: Eine am Quarzstabe befestigte Kapazität von insgesamt 3,5 cm elektrostatischen Einheiten wurde im Vakuum auf 350 Volt geladen. Nach 36 Stunden war das Potential nicht gefallen, obwohl eine Abnahme um 1 Volt bemerkt worden wäre. Hierbei enthielt der aufgehängte Leiter natürlich kein Radium.

Wenn das Radiumglas ohne Bleihülle im Vakuum isoliert hing, zeigte sich der von Hrn. Strutt beschriebene Vorgang, und zwar stieg das Potential des Radiums pro Minute um 132,5 Volt an. Da 0,5 mm Glas keine  $\alpha$ -Strahlen durchläßt, entweicht nur die negative Elektrizität der durch 0,5 mm Glas hindurchgehenden  $\beta$ -Strahlen und läßt gleich viel positive auf dem Leiter zurück. Ich fand nun, daß die Erscheinung dieselbe bleibt, wenn das Radium lückenlos von Blei umgeben wird, nur daß die Schnelligkeit der Selbstaufladung bedeutend

1) R. J. Strutt, Phil. Mag. (IV) 6. p. 588. 1903; vgl. auch F. Paschen, Physik. Zeitschr. 5. p. 160. 1904.



herabgesetzt wird. Aber selbst wenn die Radiumstrahlung 1,9 cm Blei zu passieren hat, findet immer noch eine erhebliche und mit der Vakuumanordnung meßbare Selbstladung mit positiver Elektrizität statt. Da nach dem von Hrn. R. J. Strutt<sup>1)</sup> bestimmten Absorptionskoeffizient 62,5 der  $\beta$ -Strahlen von diesen aus einer Bleischicht von 1 cm Dicke nur der  $e^{62,5}$  oder der  $10^{27}$  Teil heraustreten kann, der der Selbstaufladung des Radiums in einem rings geschlossenen Bleibehälter von mindestens 1 cm Wandstärke entsprechende Strom aber der  $85$ te Teil desjenigen Stromes war, der bei freiem Radiumglase beobachtet wurde, so folgt, daß der bei 1 cm Bleidicke beobachtete Strom nicht den  $\beta$ -Strahlen zugeschrieben werden kann. Da die Strahlung, welche 1 cm Blei noch durchdringt, als  $\gamma$ -Strahlung bezeichnet ist, so folgt, daß diese eine negative Ladung mit sich fortführt, weil das Radium sich durch ihr Entweichen mit positiver Elektrizität aufladet.

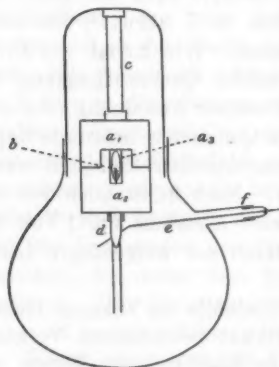


Fig. 1.

Obwohl quantitative Messungen bei meiner Anordnung nicht vorgesehen waren, habe ich doch versucht, die bei verschiedenen Wandstärken pro Zeiteinheit heraustretenden Elektrizitätsmengen und ihre Absorption in Blei zu messen.

Fig. 1 zeigt die Anordnung. Es bedeuten:  $a_1$  Deckel des Bleibehälters,  $a_2$  Bleibehälter,  $a_3$  runde Höhlung,  $b$  Radiumglas,  $c$  Quarzstange,  $d$  Elektroskop,  $e$  Platindraht (berührt  $d$  bei Drehung von Schliff  $f$ ). Bleibehälter und Elektroskop sind

umgeben durch eine der inneren Wand angeschmiegte Stanniofschicht, die durch einen zweiten Platindraht zur Erde geleitet ist. Die Divergenz der Elektroskopblätter wird abgelesen an einer außen befestigten Kreisskala. 30 cm davon steht ein Blech mit 0,3 mm feinem Loche. Hält man sein Auge beim

1) R. J. Strutt, Nature 61. p. 539. 1900.

Ablesen vor dies Loch, so vermeidet man die Parallaxe. Das Elektroskop wird vor und nach jeder Meßreihe geeicht, indem mittelst  $e$  bekannte Potentials aus einer Hochspannungsbatterie an  $d$  angelegt werden.

Die Ionisation der das Radium umgebenden Gasreste des Vakuums bedingt einen mit dem Potential wachsenden Isolationsfehler. Man beobachtet die Zunahme des positiven und die Abnahme eines gleichen vorher angelegten negativen Potentials. Das Mittel beider Potentialänderungen ist vom Isolationsfehler frei. Letzterer war bis 100 Volt fast zu vernachlässigen.

Die am Quarzstabe hängende Kapazität ist galvanometrisch bestimmt. Man ladet  $d$  durch  $e$  bei abgeleiteter Hülle mittels Akkumulatoren zu 60 bez. 120 Volt und entladet zur Erde mittelst wohl isolierter Wippe durch ein Galvanometer meiner Konstruktion<sup>1)</sup>, welches für den Strom  $3 \times 10^{-12}$  Amp. einen Skalenteil Dauerausschlag gab. Ebenso verfährt man zur Elimination der Zuleitung, während  $e$   $d$  nicht berührt. Die Differenz der ersten Ausschläge in beiden Fällen ist der gesuchten Kapazität proportional. Zur Reduktion auf gebräuchliche Maßeinheiten wurden zwei Kugeln von 2,50 bez. 5,00 cm Radius, welche entfernt von Erdleitungen auf dünner Hartgummistange ruhten, ebenso behandelt. Die zu bestimmenden Kapazitäten lagen der Größe nach zwischen oder in der Nähe derjenigen dieser Kugeln. Dieses Meßverfahren interpoliert also die Kapazitäten zwischen den der Kugeln und ist sehr bequem und, wie es scheint, auch recht genau.

Es sind untersucht folgende Anordnungen:

I. Das Glasgefäß allein ohne Bleihülle. Das Elektroskop hing am Platindraht.

II. Eine Bleihülle von 0,24 (IIa) resp. 0,48 (IIb) mm kleinster Dicke. Bleiblech von 0,12 resp. 0,24 mm Dicke wurde so zu einem Zylinder von 5 cm Länge und 6 mm innerem Durchmesser gerollt, daß die Wanddicke überall genau gleich der doppelten Blechstärke war. Im Inneren, in der Mitte, befanden sich die Radiumstücke. Das Platin berührte mittels eines Drahtes das Blei. Der Zylinder wurde oben und unten zugequetscht, so daß nirgends die geringste Öffnung war.

1) F. Paschen, Zeitschr. f. Instrumentenkunde Januar 1893.

Die weiteren drei Bleibehälter waren Zylinder und bestanden wie  $a_1, a_2$  der Fig. 1 aus einem Gefäß und einem Deckel. Die innere Höhlung zur Aufnahme des Radiumglases hatte bei allen dieselbe Dimension von 16 mm Länge und 5 mm Durchmesser. Die kleinste Bleidicke zwischen dieser Höhlung und der Wand war bei jedem der Zylinder nach allen Richtungen hin gleich und betrug bei Anordnung:

III. 4 mm, IV. 11 mm, V. 16 mm.

Die Radiumstrahlen hatten bei jeder Anordnung verschiedene Bleidicken zu durchdringen. Die in der Tab. I zwischen III,

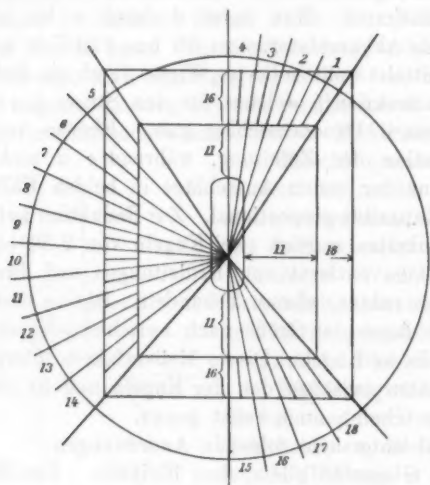


Fig. 2.

IV. und V. angeführten Absorptionskoeffizienten sind so bestimmt: Ich teile den Raum um das Radium (Fig. 2) in 18 Winkelräume, berechne die aus jedem Teil herauskommende Intensität unter der Annahme der Beziehung

$$J = J_0 e^{-\alpha d},$$

$J$  herauskommende,  $J_0$  anfängliche Intensität,  $d$  Dicke,  $\alpha$  Absorptionskoeffizient, und bilde unter Berücksichtigung der Größe der Winkelräume die mittlere herauskommende Intensität. Ich

suche solchen Wert von  $\alpha$  auf, daß die berechnete Endintensität zur Anfangsintensität in dem beobachteten Verhältnis steht. Es ergab sich auf diese Weise, daß bei der Anordnung der Versuche III., IV., V. das Resultat ebenso wird, wie wenn ich für  $d$  einen mittleren Wert einsetze, der um 20 Proz. größer ist als der kleinste Wert. Eine ähnliche Überschlagsrechnung für Anordnung II ergab hier als mittlere anzusetzende Bleidicke eine um 10 Proz. größere als die kleinste. Die exaktere Anordnung wäre natürlich die Anwendung kugelförmiger Schalen, in deren Zentrum das Radium hängt.

Tabelle I.

Anordn.	I.	IIa.	IIb.	III.	IV.	V.
$d$	0	0,0264	0,0528	0,48	1,32	1,92 cm
Kapaz.	1,93	3,172	3,57	3,31	4,655	$5,87 \times 10^{-12}$ Farad.
$\frac{\Delta V}{t}$	132,5	16,43	8,02	2,96	0,672	0,249 Volt/Minute
Strom	426,3 <sup>1)</sup>	87,16	47,7	15,8	5,21	$2,435 \times 10^{-14}$ Amp.
$\alpha$		60,12	22,82	2,593	1,32	1,27 cm <sup>-1</sup> .

$\Delta V/t$  bedeutet die beobachtete Zunahme der Spannung in der Zeiteinheit. Multiplikation der Kapazität mit  $\frac{1}{60}$  des Wertes von  $\Delta V/t$  ergibt den Strom in Ampère. Der Strom bildet das Maß für die Anzahl Quanten negativer Elektrizität, welche in gleicher Zeit bei den verschiedenen Anordnungen heraustreten. Die Absorptionskoeffizienten sind nach der oben angeführten Beziehung berechnet. Der zwischen I. und IIa. stehende Wert 60,12 ist aus der Absorption berechnet, welche die aus dem Glase heraustretende Strahlung in den nächsten 0,0264 cm Blei erfährt. Der Wert zwischen IIa. und IIb. 22,82 ist ebenso berechnet aus der Absorption, welche die aus IIa. austretende Strahlung in den nächsten 0,0264 cm erfährt etc.

Die Resultate zeigen, daß die aus dem Radiumglase kommenden Kathodenstrahlen sehr verschiedene Absorptionen in Blei erfahren. Für die am stärksten absorbierbaren  $\beta$ -Strahlen ist von Hrn. Strutt<sup>2)</sup> der Absorptionskoeffizient 62,5 gefunden.

1) Dieser Strom wurde mit meinem oben erwähnten Galvanometer direkt kontrolliert. Er gab etwa 1,5 Skt. Ausschlag.

2) R. J. Strutt, l. c.

Für die erste Bleischicht von 0,0264 cm finde ich nahe denselben Wert.

Wenn die Strahlen weitere Bleidicken durchsetzen, sinkt der Absorptionskoeffizient und scheint sich einem bestimmten Werte zu nähern, der 1,27 oder etwas weniger betragen mag, also rund 50 mal kleiner ist als der Struttische Wert für  $\beta$ -Strahlen.

Ich habe auch gemessen, welche Leitfähigkeit der Luft zwischen zwei Platten jede der Anordnungen I. bis V. bewirkte, indem ich den Sättigungsstrom zwischen den Platten bestimmte. Derselbe ist vielfach als ein Maß für die Aktivität betrachtet worden. Das Radium befand sich dabei möglichst zwischen den Rändern der Platten.

Tabelle II.

	I.	IIb.	III.	IV.	V.
$\lambda$	ca. 20	0,689	0,399	0,215	0,147
$\alpha$	63,8 <sup>1)</sup>	1,29	0,737	0,634	cm <sup>-1</sup>
	$\lambda$ erzeugter Sättigungsstrom.				

Man sieht, daß dabei ganz andere Absorptionskoeffizienten erhalten werden. Ich halte die von mir benutzte Methode der Selbstaufladung für einwandfrei und ihre Zahlenergebnisse für richtig, wenn auch noch nicht so genau, wie sie mit besserer Vorbereitung der Versuchsanordnung für exakte Messungen erhalten werden könnten. Ich glaube, daß die gewöhnlich benutzte Methode der Ionisierung der Luft nicht geeignet ist, Absorptionen zu bestimmen. Die Abweichungen sind verständlich unter der Annahme, daß die Strahlen um so mehr die Fähigkeit, die Luft zu ionisieren, verlieren, je mehr Blei sie durchdrungen haben.

Nach den Forschungen von Hrn. P. Lenard<sup>2)</sup> nimmt die Absorption der Kathodenstrahlen in dem weiten von ihm untersuchten Gebiete der Geschwindigkeiten mit steigender Geschwindigkeit sehr schnell ab. Die von Lenard als untere Grenze der Absorption im Falle der  $\beta$ -Strahlen des Radiums angenommene wird im Falle der  $\gamma$ -Strahlen noch bedeutend

1) Nach Tab. I folgt aus I. und IIb. der Wert  $\alpha = 41,5$ .

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 732. 1903.

unterschritten. Es ist hiernach wahrscheinlich, daß die  $\gamma$ -Strahlen Kathodenstrahlen mit noch größerer Geschwindigkeit sind, als die  $\beta$ -Strahlen, welche Hr. Kaufmann<sup>1)</sup> untersucht hat, und für welche der Absorptionskoeffizient noch 50 mal größer ist. Diese haben nach Kaufmann verschiedene Geschwindigkeiten zwischen 2,86 und  $2,83 \times 10^{10}$  cm/Sek. Die höchste unter ihnen vertretene Geschwindigkeit kommt bis auf 5,7 Proz. an die Lichtgeschwindigkeit heran. In den  $\gamma$ -Strahlen würde sich demnach die negative Elektrizität noch schneller bewegen müssen. Der kleine konstante Grenzwert der Absorption müßte einem hohen konstanten Grenzwerte der Geschwindigkeit entsprechen.  $\frac{1}{15}$  der Kathodenstrahlen der Anordnung I haben diese Geschwindigkeit. Hierin scheint mir das Hauptinteresse an diesen Strahlen zu liegen, da der Fall einer mit Lichtgeschwindigkeit bewegten Elektrizitätsmenge, der theoretisch in neuerer Zeit mehrfach diskutiert ist, in den  $\gamma$ -Strahlen verwirklicht sein könnte.

1) W. Kaufmann, Gött. Nachr., 8. Novbr 1901; 7. März 1903.

(Eingegangen 22. März 1904).

**12. Berechnung des Durchmessers  
der Moleküle aus kapillar-elektrischen Versuchen;  
von J. Bernstein.**

Über den Durchmesser der molekularen Wirkungssphäre existieren bekanntlich verschiedenartige aus Beobachtungen abgeleitete Berechnungen. Die Beobachtungen bestehen meist in der Erzeugung von Seifenlamellen oder Ölschichten minimalster Dicke. Den geringsten Wert für den Durchmesser von Seifenlamellen haben Reinold und Rücker<sup>1)</sup> im Betrage von  $12 \cdot 10^{-6}$  mm und Drude<sup>2)</sup> im Betrage von  $17 \cdot 10^{-6}$  mm erhalten.

Von Interesse dürfte es daher sein, daß man auch aus den bekannten Versuchen von Lippmann<sup>3)</sup> über die Beziehung zwischen kapillaren und elektrischen Erscheinungen eine Berechnung über die Dicke derjenigen Schicht zwischen dem Quecksilber und der verdünnten Säure, welche beim Versuch in Aktion tritt, und welche ich die elektro-kapillare Schicht nennen will, ausführen kann.

Der Lippmannsche Grundversuch, auf dem die Konstruktion des Kapillarelektrometers beruht, besteht bekanntlich in folgendem: Eine mit Hg gefüllte U-förmige Kapillare wird auf der einen Seite mit einem Hg-Reservoir verbunden und mit dem anderen nochmals oben umgebogenen, mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Schenkel in ein mit derselben Flüssigkeit gefülltes Gefäß getaucht, welches am Boden Hg enthält. Leitet man einen Strom von dem Hg des Gefäßes zum Meniskus in der Kapillare, so bewegt sich dieser nach unten gegen den im Reservoir herrschenden Druck, und die wachsende Oberflächenspannung zwischen Hg und Flüssigkeit leistet die hierbei verrichtete Arbeit. Bei etwa 0,9 Volt erreicht die Verschiebung des Meniskus ein Maximum und nimmt bei weiterer Verstärkung des Stromes wieder ab.

1) A. W. Reinold u. A. W. Rücker, Proc. Roy. Soc. p. 334. 1877.

2) P. Drude, Wied. Ann. 43. p. 158. 1891.

3) G. Lippmann, Pogg. Ann. 149. p. 546. 1873.



Nach v. Helmholtz entsteht an der Grenze zwischen Metall und Elektrolyt eine elektrische Doppelschicht, welche die genannte elektro-kapillare Schicht darstellt.

Man darf wohl nunmehr nach den Versuchen von Warburg<sup>1)</sup> annehmen, daß sich auf der Oberfläche des Hg in Berührung mit der lufthaltigen Flüssigkeit eine molekulare Schicht von HgO bildet, welche als Helmholtzsche elektrische Doppelschicht aufgefaßt werden kann, und daß die Abscheidung der H-Ionen an der Kathode dieses HgO zu Hg reduziert. Ermittelt man daher das Maximum der Verschiebung des Meniskus bei einem Strom von etwa 0,9 Volt, so kann man folgern, daß hierbei die ganze Schicht reduziert worden ist.<sup>2)</sup> Nun läßt sich aber aus der geleisteten Arbeit die entsprechende Wärmemenge berechnen, und da wir es hier mit einem vollkommen reversiblen Prozeß zu tun haben, so muß auch diese Wärmemenge gleich der chemischen Wärme sein, welche durch die Reduktion des HgO an der Hg-Oberfläche erzeugt wird. Aus dieser Wärmemenge läßt sich aber aus bekannten Daten die HgO-Menge berechnen, welche bei diesem Prozeß in Aktion tritt, und aus dieser, dem spezifischen Gewicht derselben und der Größe der Oberfläche die Dicke der molekularen Schicht HgO.

Um die bei dem Versuch geleistete Arbeit zu berechnen, nennen wir den Druckunterschied zwischen der Kapillare und dem Druckreservoir vor der Durchleitung  $h_1$  und bei der Durchleitung des Stromes  $h_2$ , den Radius der Kapillare  $r$ , das spezifische Gewicht des Hg  $s$ ; dann ist die auf dem Wege  $dh$  geleistete Arbeit<sup>3)</sup>:

$$dA = s r^2 \pi h \cdot dh,$$

1) E. Warburg, Wied. Ann. 38. p. 321. 1889. Warburg nimmt allerdings an, daß sich am Meniskus eine Hg-Lösung bilde und findet, daß sich beim Behandeln von Hg mit lufthaltiger  $MgSO_4$ -Lösung Hg löse. Ich habe hingegen nach tagelangem Behandeln von Hg in der verdünnten  $H_2SO_4$  durch Eintauchen eines Kupferbleches in die Flüssigkeit keine merkliche Menge Hg in derselben nachweisen können.

2) Die Rückkehr des Meniskus bei weiterer Zunahme der Schwerkraft kann man nach G. Meyer (Wied. Ann. 45. p. 508. 1892; 53. p. 845. 1894) aus der Bildung von Wasserstoff-Quecksilber am Meniskus erklären.

3) Der sich ändernde Druck der Säurelösung in der Kapillare ist in der Formel deshalb nicht berücksichtigt, weil Lippmann in dem angeführten Versuche die hiervon bereits korrigierten Werte für  $h_1$  und  $h_2$  angegeben hat.

also:

$$A = s r^2 \pi \int_{h_1}^{h_2} h \cdot dh = s r^2 \pi \frac{h_2^2 - h_1^2}{2}.$$

In einem von Lippmann angegebenen Versuch betrug  $h_1 = 14,0$  mm und  $h_2 = 18,9$  mm, der Radius der Kapillare war 0,32 mm; das spezifische Gewicht des Hg sei zu 13,5 angenommen. Dann erhält man

$$A = 347,8 \text{ mg/mm} = 0,03478 \cdot 980,5 \text{ Erg} = 34,108 \text{ Erg}.$$

Wird ferner die Oberfläche des Meniskus gleich  $2 r^2 \pi$ , die Dicke der HgO-Schicht daselbst gleich  $2 \cdot \rho$  (dem Durchmesser der molekularen Wirkungssphäre entsprechend) gesetzt, und das spezifische Gewicht des HgO  $\sigma$  genannt, so ist die Masse der HgO-Schicht gleich  $2 r^2 \pi \cdot 2 \rho \cdot \sigma$ . Für das spezifische Gewicht des HgO habe ich in der Literatur keine Angaben vorgefunden. Ich habe daher mit Hilfe des Pyknometers diesen Wert an dem käuflich reinen HgO-Pulver zu ungefähr 9,81 bestimmt, ohne daß dieser Wert auf größere Genauigkeit Anspruch erhebt.

Die Wärmemenge, welche bei der Reduktion des HgO durch  $H_2$  entsteht, ist gleich der Bildungswärme des Wassers minus der Bildungswärme des HgO. Die Bildungswärme des Wassers in mechanischen Einheiten ausgedrückt für ein Molekül ist zu 286 J (Kilo-Joule) gleich  $286 \cdot 10^{10}$  Erg und die entsprechende Bildungswärme des HgO zu 87 J =  $87 \cdot 10^{10}$  Erg angenommen.<sup>1)</sup> Die Wärmemenge, welche bei der Reduktion von 1 g HgO entsteht (das Molekulargewicht des HgO = 216) ist also in mechanischen Einheiten gleich

$$\frac{286 - 87}{216} \cdot 10^{10} \text{ Erg}.$$

Wir haben demnach die Gleichung:

$$A = 34,108 = 2 r^2 \pi \cdot 2 \rho \cdot \sigma \cdot \frac{199}{216} \cdot 10^{10}$$

und

$$2 \rho = \frac{34,108 \cdot 216}{2 r^2 \pi \cdot \sigma \cdot 199 \cdot 10^{10}} \text{ cm}.$$

1) Vgl. Tabellen in W. Ostwald, Grundriß der allgemeinen Chemie, 3. Aufl., p. 262 u. 272. 1899. Es ist hier für HgO der von Nernst gefundene Wert benutzt. Der frühere Wert von J. Thomson für HgO gleich 30600 g-Kal. gibt übrigens für  $2 \rho$  den Wert  $8,2 \cdot 10^{-7}$  mm.

Da im obigen Versuch  $r = 0,032$  cm beträgt, so erhält man hieraus<sup>1)</sup>:

$$2\rho = 6,18 \cdot 10^{-7} \text{ mm.}$$

Der so gewonnene Wert für die Dicke der betrachteten Oberflächenschicht, bez. der elektrischen Doppelschicht, ist also der Größenordnung nach etwa 10 mal (absolut 30 mal) kleiner als der von Drude gefundene Wert für die Dicke der dünnsten Seilenlamelle von  $17 \cdot 10^{-6}$  mm, welcher nur eine obere Grenze angeben soll. Dagegen nähert sich der gefundene Wert merklich demjenigen, welchen Oberbeck<sup>2)</sup> für die dünnsten Schichten von Metallen berechnet hat, welche sich durch Elektrolyse auf Platinplatten in Metallösungen abscheiden, bis das Maximum der Polarisation erreicht ist. Diese Zahlen waren für Zn  $2,3 - 2,7 \cdot 10^{-7}$  mm, für Cd  $1,6 - 1,9 \cdot 10^{-7}$  mm, und für Cu  $0,7 \cdot 10^{-7}$  mm.

Ferner schließt sich der erhaltene Wert der Größenordnung nach demjenigen Werte an, welche man aus der kinetischen Gastheorie für den Durchmesser der Moleküle (bez. Radius ihrer Wirkungssphäre) berechnet hat. Derselbe ist für N zu  $1,58 \cdot 10^{-7}$  mm, und nach Loschmidt für Wasser zu  $4,4 \cdot 10^{-7}$  mm, für CO<sub>2</sub> zu  $11,4 \cdot 10^{-7}$  mm angegeben worden.<sup>3)</sup>

Wenn es nun erlaubt ist, sich eine bildliche Vorstellung von der molekularen Konstitution der betrachteten Oberflächen-

1) Nimmt man nach Warburg eine Bildung von HgSO<sub>4</sub> am Meniskus an, so würde derselbe von einer beständig sich neubildenden Schicht HgSO<sub>4</sub> bedeckt sein. Man müßte dann in obiger Formel die Reaktionswärme (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> - HgSO<sub>4</sub>) in Rechnung ziehen. Leider habe ich für die Bildungswärme (HgSO<sub>4</sub>) in der Literatur keine Angabe vorgefunden und habe daher zu den Werten für (SO<sub>2</sub>) = 423 J und (HgO) = 87 J noch schätzungsweise 60 J für (SO<sub>2</sub>, HgO) hinzu addiert, so daß für (HgSO<sub>4</sub>) 579 J angenommen wurde. Das spezifische Gewicht von HgSO<sub>4</sub> habe ich mit dem Pyknometer (in Alkohol) zu etwa 6,19 gefunden. Daraus würde sich für  $2\rho$  der von dem obigen nicht sehr abweichende Wert  $11,12 \cdot 10^{-7}$  mm ergeben. Derselbe vermindert sich noch auf  $8,37 \cdot 10^{-7}$  mm, wenn man die Bildungswärme von (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, Aq) statt von H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> in Rechnung zieht.

2) A. Oberbeck, Wied. Ann. 31. p. 336. 1887.

3) J. Loschmidt, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 52. p. 395. 1865. Siehe: A. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik 1. p. 663. 1895; G. Jaeger, Theoret. Physik 2. p. 156. 1898; Winkelmanns Handb. d. Phys. 2<sup>a</sup>. p. 600. 1896.

schichten zu machen, so erscheint es mir erklärlich, daß die Schicht der Oberflächenspannung einer oder an der Grenze zweier Flüssigkeiten, bez. einer Flüssigkeitslamelle, eine größere Dicke haben muß als die elektro-kapillare Schicht bez. elektrische Doppelschicht. Der Radius der Wirkungssphäre eines Moleküls der Flüssigkeit, dem man eine anziehende Kraft zuschreibt, welche die Ursache der Oberflächenspannung ist, muß jedenfalls größer gedacht werden als der Durchmesser des Moleküls, wenn eine Verdichtung der Oberflächenschicht erfolgen soll. Dagegen hat man den Radius der Wirkungssphäre der Gasmoleküle in bezug auf die abstoßende Kraft, welche sie aufeinander ausüben, dem Durchmesser derselben gleichgesetzt, unter der Voraussetzung, daß die Abstoßung erst bei der gegenseitigen Berührung derselben erfolgt. Ebenso genügt es, die Dicke der elektro-kapillaren bez. elektrischen Doppelschicht dem Durchmesser eines Moleküls gleich zu setzen. Dafür spricht das Resultat, daß beide Werte sich der Größenordnung nach am nächsten stehen. Es würde demnach der Durchmesser der Wirkungssphäre eines Flüssigkeitsmoleküls etwa 10 mal größer sein als der Durchmesser des Moleküls. Man hätte hiernach also die Dicke der beiden Oberflächenschichten an der Grenze von Hg und Flüssigkeit zusammen genommen sich etwa 10 mal größer zu denken als die Dicke der elektro-kapillaren bez. elektrischen Doppelschicht daselbst.

Halle a. S.

(Eingegangen 12. März 1904.)

te.  
die  
ze  
re  
k-  
es  
u.  
uß  
es  
r-  
re  
he  
h-  
ei  
gt  
el-  
n.  
n-  
er  
ls  
s.  
n-  
n-  
re  
t.

2

**13. Einfache Herleitung der Formeln  
für die Deformation eines ferromagnetischen  
Drahtes im Magnetfelde;  
von Franz Koláček.**

Die direkte Lösung der in der Überschrift bezeichneten Aufgabe ist mehrfach versucht worden. Recht anschaulich und, wenn man von Hysteresis absieht, auch streng gültig ist die nachfolgende Herleitung. Dieselbe benutzt gewisse Sätze der Thermodynamik, die in Kürze angeführt werden.

1. Der Zustand eines Körpers sei eindeutig bestimmt durch die unabhängigen Variablen  $t$  (abs. Temp.),  $\varphi$ ,  $\psi$ , ...; er soll einen umkehrbaren Zyklus durchlaufen können und bei einer Wärmezufuhr (in Erg)

$$(1) \quad dQ = c_t dt + c_\varphi d\varphi + c_\psi d\psi + \dots$$

die äußere Arbeit  $dA$  abgeben können, wobei

$$(2) \quad dA = \Theta dt + \Phi d\varphi + \Psi d\psi + \dots$$

Aus dem ersten Hauptsatze folgt

$$(3) \quad \frac{\partial c_t}{\partial \varphi} - \frac{\partial c_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots, \quad \frac{\partial c_\varphi}{\partial \psi} - \frac{\partial c_\psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \dots$$

Aus dem zweiten

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{c_t}{t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{c_\varphi}{t} \right) \dots, \quad \frac{\partial c_\varphi}{\partial \psi} = \frac{\partial c_\psi}{\partial \varphi} \dots$$

Aus (3) und (4) ergibt sich eine Reihe von Relationen wie:

$$(5) \quad c_\varphi = t \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \right) \dots, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \dots$$

Unter innerer Energie soll im folgenden die magnetische mit verstanden sein, weil sie bei einem Wärmekreisprozeß ohnehin ausfällt; daher ist es überflüssig, ihre Änderung als eine von der Wärme geleistete äußere Arbeit einzuführen.

2. Der arbeitende Körper sei ein dünner Draht von der augenblicklichen Länge  $\lambda$ . Derselbe liege auf der  $x$ -Achse, mit der Mitte im Koordinatenursprung. Das homogene Magnetfeld  $H$  werde erzeugt von zwei entsprechend starken punkt-



formigen Polen  $+M$ ,  $-M$ , die gleichfalls auf der  $x$ -Achse gelegen sind, in Entfernungen  $\pm x$  vom Koordinatenzentrum, die gegen  $\lambda/2$  sehr groß sein sollen. Das im Drahte erzeugte Magnetfeld  $H = 2M/x^3$  induziert in demselben ein magnetisches Moment  $m$ , welches jeden der Pole  $M$  gegen das Zentrum zieht mit einer Kraft vom absoluten Betrage

$$T = \frac{2m}{x^3} \cdot M.$$

Die Pole  $\pm M$  seien beweglich und auf jeden derselben wirke eine vom Zentrum weggerichtete *äußere* Kraft  $T + \Sigma$ , deren erster Summand die Anziehung des Drahtes, deren zweiter  $\Sigma$  jene des *anderen* Poles  $M$  kompensieren soll.

Entfernen sich die Pole  $M$  vom Zentrum um  $dx$ , so leisten diese äußeren Kräfte eine Arbeit  $2\Sigma dx + 2Tdx$ . Der erste Teil vermehrt die potentielle Energie des Systems  $\pm M$ , der negativ genommene zweite Teil, welcher sich auch in der Form

$$-2Tdx = -2 \cdot \frac{2Mm}{x^3} dx = m \frac{d}{dx} \left( \frac{2M}{x^3} \right) dx = m dH$$

schreiben läßt, repräsentiert die vom Drahte bei der Änderung des  $x$  um  $dx$  *abgegebene* Arbeit.

Der Draht selbst sei noch durch entgegengesetzt gleiche *äußere* Kräfte  $P$  gespannt, welche beim Anwachsen des  $\lambda$  um  $d\lambda$  die Arbeit  $Pd\lambda$  leisten.

Ändert sich infolge von Wärmezufuhr  $x$  um  $dx$ ,  $\lambda$  um  $d\lambda$ , so ist die vom Drahte abgegebene Gesamtarbeit

$$dA = -Pd\lambda + m dH.$$

Der Zustand des Drahtes ist bestimmt durch die unabhängigen Variablen  $t$ ,  $P$ ,  $x$  oder auch  $t$ ,  $P$ ,  $H$ ; von diesen hängt  $m$  und  $\lambda$  ab. Man hat also

$$dA = \left( m - P \frac{\partial \lambda}{\partial H} \right) dH - P \frac{\partial \lambda}{\partial P} dP - P \frac{\partial \lambda}{\partial t} dt.$$

Identifiziert man  $P$ ,  $H$  mit  $\varphi$ ,  $\psi$ , so wird

$$\Theta = -P \frac{\partial \lambda}{\partial t}, \quad \Phi = -P \frac{\partial \lambda}{\partial P}, \quad m - P \frac{\partial \lambda}{\partial H} = \Psi,$$

daher laut (5)

$$(6a) \quad c_H = t \frac{\partial m}{\partial t},$$

$$(6b) \quad \frac{\partial m}{\partial P} = \frac{\partial \lambda}{\partial H}.$$

Die Gleichung (6a) bestimmt die Wärmezufuhr, welche bei geändertem  $H$  Temperaturänderungen verhüten soll, falls auch  $P$  konstant gehalten wird.

In Gleichung (6b) setzen wir  $m = J \cdot \lambda \cdot q$ , wobei  $J = J(t, P, H)$  die im Drahte nahezu überall gleiche Magnetisation und  $q$  den augenblicklichen Querschnitt des Drahtes bezeichnen soll. Außerhalb des Feldes und im ungespannten Drahte ( $P = 0$ ) sei derselbe gleich 1, seine Länge  $l$ . Die augenblickliche Dehnung der Längeneinheit sei  $x_z$ ,  $\mu$  der Koeffizient der Querkontraktion, daher

$$\lambda = l(1 + x_z), \quad q = 1 - 2\mu x_z, \quad m = lJ(1 + x_z - 2\mu x_z).$$

Es ist offenbar  $x_z = P/qE$  zufolge den Elastizitätsgesetzen, daher

$$\frac{dx_z}{dP} = \frac{1}{qE}, \quad \text{oder in limite gleich } \frac{1}{E}.$$

Benutzt man dies, so folgt aus (6b) nach Einsetzen des Wertes für  $m$  und  $\lambda$  und bei Berücksichtigung des Umstandes, daß  $x_z$  gegen 1 sehr klein ist,

$$\frac{\partial J(t, P, H)}{\partial P} + \frac{(1 - 2\mu)}{E} J(t, P, H) = \frac{\partial x_z}{\partial H}$$

und durch Integration

$$x_z = (x_z)_0 + \frac{(1 - 2\mu)}{E} \int_0^H J dH + \int_0^H dH \cdot \frac{\partial J(t, P, H)}{\partial P}.$$

Dabei ist  $(x_z)_0$  die bei  $H = 0$  schon existierende Dehnung.

Es ist dies dieselbe Formel, welche ich aus einer allgemeinen Theorie der Magnetostriktion für ein gestrecktes Ovoid abgeleitet habe.<sup>1)</sup>

3. Unterliegt der Draht einem allseitigen mechanischen Drucke  $p$ , so ist, mit  $v$  das augenblickliche Volumen bezeichnet, der Betrag der abgegebenen Arbeit gegeben durch

$$dA = m dH + p dv = \left(m + p \frac{\partial v}{\partial H}\right) dH + p \frac{\partial v}{\partial p} dp + p \frac{\partial v}{\partial t} dt.$$

Hieraus folgt unter Benutzung der zweiten Gleichung in (5)

$$(7) \quad \frac{\partial m}{\partial p} + \frac{\partial v}{\partial H} = 0.$$

1) F. Koláček, Ann. d. Phys. 13. p. 23. Formel (47). 1904.

Wir schreiben  $v = v_0(1 + \omega)$ ,  $m = Jv_0(1 + \omega)$ , unter  $\omega$  die Volumenänderung der Volumeneinheit verstanden und bekommen statt der Gleichung (7)

$$(8) \quad \frac{\partial J(t, p, H)}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial p} J(t, p, H) + \frac{\partial \omega}{\partial H} = 0.$$

Nun läßt sich  $\partial \omega / \partial p$ , das Verhältnis zwischen Volumen und Druckzunahme (bei konstantem Felde und konstanter Temperatur) durch die Elastizitätskonstanten ausdrücken (welche allerdings auch von  $H$  abhängen könnten, was jedoch weder hier noch im vorigen Beispiele vorausgesetzt wird). Man bekommt so statt (8)

$$\frac{\partial \omega}{\partial H} = \frac{3(1-2\mu)J}{E} - \frac{\partial J(t, p, H)}{\partial p}$$

und

$$(9) \quad \omega = (\omega_0) + \frac{3(1-2\mu)}{E} \int_0^H J \cdot dH - \int_0^H dH \frac{\partial J(t, p, H)}{\partial p}.$$

Dabei ist  $(\omega_0)$  die Volumenvergrößerung bei  $H=0$  (zufolge des mechanischen Druckes  $p$ ).

Ist der im Magnetfelde enthaltene Draht mechanisch nicht beansprucht, so ist  $(\omega_0) = 0$  und  $\partial J(t, p, H) / \partial p$ ,  $\lim p = 0$  bezeichnet den Zuwachs der Längsmagnetisierung zufolge Druckes. —

In der oben zitierten Abhandlung (Formel 48) wurde  $\omega$  auch für den Fall berechnet, daß der Draht gespannt ist. Versteht man unter  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  die mechanische Längsspannung, sowie zwei (der Flächeneinheit entsprechende) Querspannungen in einem Drahte von rechtwinkligem Querschnitt, und unter  $J = f(H, P, Q, R)$  die Längsmagnetisation desselben, so ist im Falle, als  $P = Q = R$  ist, und diese Größen um  $dP$  zunehmen, der relative Zuwachs von  $J$  gegeben durch

$$dJ/dP = J_P + J_Q + J_R,$$

wobei  $J_P$ ,  $J_Q$ ,  $J_R$  die drei Derivationen der  $J$  nach  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  bedeuten. Offenbar ist dann

$$dJ/dP = -dJ/dp = -(J_P + J_Q + J_R).$$

Setzt man noch  $P = Q = R = 0$ , so folgt aus Formel (48) l. c.

für die Volumenänderung eines nicht beanspruchten Drahtes im Magnetfelde die oben abgeleitete Formel

$$\omega = \frac{8(1-2\mu)}{E} \int_0^H J dH - \int_0^H dH \frac{\partial J(t, p, H)}{\partial p} \dots \lim p = 0.$$

4. Es sei schließlich der Draht tordiert, das gesamte Torsionsmoment  $T$ , der Torsionswinkel  $\tau$ . Es ist dann, falls zirkulare Magnetisierung und Spannung des Drahtes ausgeschlossen ist:

$$dA = m dH - T d\tau = -d(T\tau) + m dH + \tau dT.$$

Das vollständige Differential  $-d(T\tau)$  kann man im Ansätze für den ersten Hauptsatz mit dem Differential der inneren Energie kontrahieren. Betrachtet man  $T$ ,  $t$ ,  $H$  als unabhängige Zustandsvariable,  $m$ ,  $\tau$  als Funktionen derselben, so folgt

$$\frac{\partial m}{\partial T} = \frac{\partial \tau}{\partial H}.$$

Für starke Torsionen hängt  $m$  von  $T$  ab, es wird sich daher ein stark tordierter Draht im Magnetfelde je nach dem Zeichen der linken Seite weiter tordieren oder detordieren. Setzt man auch noch zirkulare Magnetisation voraus, so ergibt sich zwar die Reziprozitätsformel zwischen der durch Torsion entstehenden Längsmagnetisierung eines stromdurchflossenen Drahtes und der freiwilligen Torsion desselben infolge von Längsmagnetisierung, aber die absolute Berechnung jedes Effektes für sich ist ohne Wiederholung dessen, was in meinem zitierten Aufsatze darüber schon gesagt wurde, nicht leicht möglich.

Prag, 20. Februar 1904.

(Eingegangen 24. Februar 1904.)

#### 14. *Über einige Anwendungen des Saitengalvanometers; von W. Einthoven.*

(Aus dem physiologischen Laboratorium der Universität Leyden.)

In einem früheren Aufsatze<sup>1)</sup> wurde mitgeteilt und durch einige Photogramme erläutert, wie groß die Empfindlichkeit des Saitengalvanometers ist, und welche Dauer die Ausschläge des Quarzfadens haben. Wir erwähnten, daß bei schwacher Spannung der Saite ein Strom von  $10^{-12}$  Amp. noch beobachtet werden konnte, und daß bei stärkerer Spannung, so daß die Saitenbewegung noch gerade aperiodisch ist und die Empfindlichkeit bis auf 1 mm Ausschlag für  $2 \times 10^{-8}$  Amp. reduziert wird, eine Abweichung von 20 mm ungefähr 0,009 Sek. erfordert.

Diese Zahlen mögen genügen, das Instrument theoretisch zu beurteilen, und eine Vorstellung zu geben von dessen praktischer Brauchbarkeit; letztere kann jedoch erst durch die Anwendungen selbst vollständig und überzeugend gezeigt werden.

In den folgenden Zeilen wünschen wir einige dieser Anwendungen zu erwähnen.

Wenn es darum zu tun ist, sehr schwache Ströme zu messen, scheint kein anderes Galvanometer dem von uns beschriebenen Instrumente gleich zu kommen. Selbstverständlich besteht theoretisch keine Grenze der Empfindlichkeit eines willkürlichen Galvanometers für einen konstanten Strom. Man kann die Schwingungsperiode der Magnete ebenso wie den Skalenabstand unbeschränkt vergrößern und also theoretisch jede erwünschte Empfindlichkeit erreichen. Aber die praktischen Schwierigkeiten werden bald unüberwindlich. Man hat u. a. mit der Inkonzanz des Nullpunktes zu kämpfen, die durch viele Einflüsse hervorgerufen wird und desto größere

1) W. Einthoven, Ann. d. Phys. 12. p. 1059. 1903.

Schwierigkeiten erzeugt, je nachdem die Schwingungsperiode größer wird.

Dies wird wohl die Ursache sein, warum man beim Messen sehr schwacher Ströme, z. B. bei der Untersuchung großer Isolationswiderstände und der ionisierenden Wirkung radioaktiver Substanzen, dem Galvanometer ein Elektrometer vorzieht.

In der berühmten Untersuchung von Hrn. und Frau Curie<sup>1)</sup>, die zur Entdeckung des Radiums geführt hat, wurde die Radioaktivität verschiedener Substanzen nach ihrer Fähigkeit, die Luft leitend zu machen, beurteilt. Und das Leitvermögen der Luft wurde mittels eines Elektrometers gemessen. Dieses mußte durch einen Strom geladen werden, den man durch eine leitende Luftschicht hindurchführte, während die Geschwindigkeit, womit das Elektrometer geladen wird, das Maß für die Stromstärke lieferte.

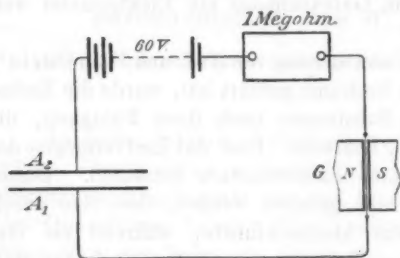
Anscheinend war es nicht so einfach, auf diese Weise die Stromstärken kennen zu lernen; darum zogen Hr. und Frau Curie es vor, ein Kompensationsverfahren mittels eines piezoelektrischen Quarzstabes anzuwenden. Die Ladung, die das Elektrometer durch die leitungsfähige Luftschicht empfing, wurde durch eine entgegengesetzte, durch den Quarzstab hervorgerufene Ladung kompensiert. Dies wurde erreicht, indem man das Quarz einer gleichmäßig zunehmenden Spannung unterwarf, und zwar wurden immer mehr Gewichte auf eine unten am Quarzstabe befestigte Schale gelegt. Auf diese Weise mußte das Spiegelbild des Elektrometers auf Null gehalten werden, während die Spannungszunahme pro Zeiteinheit das Maß für die Stromstärke, d. h. in diesem Falle auch das Maß für das Leitvermögen der Luft ergab.

Viel leichter können diese Messungen mit dem Saitengalvanometer ausgeführt werden. Ich verband das Instrument mit zwei Messingplatten  $A_1$  und  $A_2$  (vgl. Figur). Die beiden runden Platten hatten einen Diameter von ungefähr 25 cm und wurden bei einer gegenseitigen Distanz von ungefähr 2 cm isoliert aufgestellt, während in die Leitung vom Galvanometer  $G$

---

1) Vgl. u. a. M<sup>me</sup> S. Curie, Ann. de Chim. et de Phys. (7) 30. p. 99. 1903.

nach den Platten die Laboratoriumsbatterie von ungefähr 60 Volt und ein Widerstand von 1 Megohm eingeschaltet wurden. Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde auf 1 mm Ausschlag für  $2 \times 10^{-11}$  Amp. reguliert, wobei die Dauer eines Ausschlages ungefähr 5–7 Sek. in Anspruch nahm. Nun wurde



eine runde Platte, die um einen Diameter von ungefähr 20 cm mit pulverförmigem Urantrioxyd (wasserhaltend) belegt war, zwischen  $A_1$  und  $A_2$  geschoben und auf  $A_1$  gelegt. Das Galvanometer zeigte hierbei eine Abweichung von

2,5 mm. Sobald das Uranpräparat entfernt wurde, zeigte das Galvanometer wieder genau seinen Nullpunkt.

Wiederholt wurde auf diese Weise das Uranpräparat zwischen die Kondensatorplatten gebracht und wieder weggenommen, und jedesmal zeigte das Galvanometer denselben Ausschlag von genau 2,5 mm. Jede Messung wurde in 5 bis 7 Sek. verrichtet, und weil — wie früher<sup>1)</sup> bewiesen wurde — ein Ausschlag von 0,1 mm noch merklich ist, darf die Beobachtungsgenauigkeit gleich 4 Proz. gesetzt werden.

Die gemessene Stromstärke betrug  $5 \times 10^{-11}$  Amp., welcher Wert von derselben Ordnung ist, wie die von Frau Curie berechneten Stromstärken für andere Uranpräparate, welche unter ähnlichen Umständen mittels des Piezoelektrometers untersucht waren.

Mit einem Worte erwähnen wir noch ein paar Versuche mit einigen Milligrammen eines Radiumsalzes. Wird das Radium zwischen die Kondensatorplatten gebracht, so ist eine Spannung von 2 Volt genügend, das Saitenbild einige Zentimeter ausweichen zu machen. Bei einer Spannung von 40 Volt im Kreise konnte man mit demselben Resultat das Radiumpräparat auf eine Entfernung von 1 m von den Platten halten.

1) l. c.

Jede bestimmte Distanz des Radiums von den Platten entsprach einer bestimmten Galvanometeranweisung, und es kostete keine Mühe, indem man das Radium dem Kondensator näherte, das Saitenbild von der Skala wegzuschlagen. Bemerkenswert ist bei all diesen Versuchen, daß, wenn das Uran- oder das Radiumpräparat unbeweglich gehalten werden, auch der Ausschlag des Galvanometers keine Schwankungen zeigt.

Obenstehende Beobachtungen mögen auch zum Beweise dienen, wie leicht es ist, mit dem Saitengalvanometer einen Isolationswiderstand zu messen. Der Versuch mit dem Urantrioxyd zeigte, daß der Widerstand der zwischen den beiden Kondensatorplatten befindlichen Luftschicht

$$\frac{60 \text{ Volt}}{5 \times 10^{-11} \text{ Amp.}} = 1,2 \times 10^{12} \text{ Ohm}$$

oder rund eine Million Megohm betrug. Durch einen bleibenden Galvanometerausschlag kann mit der Laboratoriumsbatterie von 60 Volt ein Isolationswiderstand von  $6 \times 10^{13}$  Ohm angezeigt werden.

Schließlich erwähnen wir hier noch eine Anwendung des Saitengalvanometers für die Messung schwacher Ströme, und zwar derjenigen, die durch die atmosphärische Elektrizität erzeugt werden. Eine Spirituslampe wird an einem langen Stock im Freien in die Höhe gehalten. Ein isolierter Leitungsdraht verbindet die Flamme mit dem einen Ende der Saite, während das andere Ende mit der Erde in Verbindung gebracht wird. Unter diesen Umständen sieht man eine bleibende Abweichung des Galvanometers, die sich verringert und verschwindet, sobald der Stock niedriger gehalten und in das Zimmer gebracht wird, aber wieder zum Vorschein kommt, sobald man den Stock wieder im Freien in die Höhe hält. Der Ausschlag des Galvanometers war bei diesen Versuchen meistens etwas schwankend, was durch den Wind verursacht wurde, der die Spiritusflamme bald etwas besser, bald etwas weniger gut mit dem Ende des Leitungsdrahtes in Berührung brachte.

Außer für die Messung sehr schwacher Ströme ist das Saitengalvanometer praktisch gut anwendbar, kleine Elektri-



zitätsmengen anzuzeigen, und besonders schnelle Schwankungen einer geringen elektrischen Spannung oder eines schwachen elektrischen Stromes genau kennen zu lernen. Als das auf schwache Ströme am schnellsten reagierende Instrument wird es zweifelsohne gute Dienste bei der transatlantischen Telegraphie leisten können.

Die kleinste Elektrizitätsmenge, die mit demselben angezeigt werden kann, kann leicht berechnet werden. Man stelle sich vor, daß in den Galvanometerkreis ein großer Widerstand eingeschaltet ist, so daß die elektromagnetische Dämpfung der Saitenbewegung vernachlässigt werden darf und daß jetzt plötzlich ein Strom von konstanter Stärke durch die Saite geschickt wird. Die unter diesen Umständen von der Saite vollbrachte Bewegung findet man in den früher schon publizierten<sup>1)</sup> Photogrammen genau abgebildet. Theoretisch muß die Saite in dem Augenblick, wo der Strom anfängt, eine elektromagnetische Kraft erfahren, durch welche ihr eine Beschleunigung mitgeteilt wird. Und die beschleunigte Bewegung wird so lange dauern, bis die Resultierende der elektromagnetischen Kraft und der Saitenspannung dem Luftwiderstande das Gleichgewicht hält.

Falls die Saite jedoch schwach genug gespannt ist, ist die Dauer dieser beschleunigten Bewegung sehr klein hinsichtlich der Dauer des ganzen Ausschlages, so daß die erste vernachlässigt werden darf. Man darf dann von einer Anfangsgeschwindigkeit der Saite reden und braucht ihrer Masse keine Rechnung mehr zu tragen. Die Anfangsgeschwindigkeit ist proportional der Stromstärke und darf bei einem Saitenbilde, das bei der von uns angewendeten Vergrößerung erhalten wird, für einen Strom von  $10^{-9}$  Amp. ungefähr = 20 mm pro Sek. gesetzt werden.<sup>2)</sup>

1) l. c.

2) Obenstehender Betrag von 20 mm ist nur annäherungsweise genau. Ich hoffe bald Gelegenheit zu haben, ausführlicheres über die genaue Bewegung mitzuteilen, die durch die Saite unter verschiedenen Umständen vollbracht wird. Dabei wird der Einfluß des Luftwiderstandes mit demjenigen der elektromagnetischen Dämpfung verglichen werden. Es wäre ein unverkennbarer Vorteil, wenn die Saite in einen luftdicht abgeschlossenen Raum gebracht werden könnte, wodurch man in den

Ein Strom von  $10^{-9}$  Amp. braucht also nur  $\frac{1}{200}$  Sek. anzuhalten, um einen Ausschlag von 0,1 mm hervorzurufen, und weil, wie die Photogramme beweisen, ein solcher Ausschlag noch sichtbar ist, so kann eine Elektrizitätsmenge von  $5 \times 10^{-12}$  Ampèresekunden angezeigt werden. Diese Menge ist gleich der Ladung eines Kondensators von 1 Mikrof. bei einem Potential von  $5 \times 10^{-6}$  Volt oder der Ladung einer Kugel von 4,5 cm Radius bei einem Potential von 1 Volt.

Weil, wie schon bemerkt wurde, die Anfangsgeschwindigkeit proportional ist der Stromstärke, wird beim Durchströmen einer kleinen Elektrizitätsmenge der Ausschlag des Galvanometers gänzlich durch diese Menge selbst bestimmt werden, gleichgültig ob ein starker Strom während kurzer Zeit, oder ein schwacher Strom während längerer Zeit hindurchströmt, falls nur die Dauer der Durchströmung klein genug ist.

Die Eigenschaften des Saitengalvanometers lassen noch ein zweites, sehr merkwürdiges Resultat erwarten. Spannt man die Saite kräftiger, so wird die Geschwindigkeit, womit ein Ausschlag zustande kommt, zunehmen, aber zu gleicher Zeit die Größe der Abweichung für eine bestimmte Stromstärke abnehmen. Wie sich aus den Photogrammen schon gezeigt hat, wird *bei nicht zu stark gespannter Saite* die Veränderung der Empfindlichkeit genau umgekehrt proportional der Veränderung der Ausschlagsgeschwindigkeit sein, so daß bei größerer oder geringerer Saitenspannung doch die Anfangsgeschwindigkeit für eine bestimmte Stromstärke konstant bleibt. Und hieraus läßt sich der scheinbar paradoxe Satz herleiten, daß unter der genannten Bedingung der Ausschlag für eine schnell durchgeführte kleine Elektrizitätsmenge bei jeder willkürlichen Saitenspannung gleich groß ist.

Die Tatsachen sind mit obenstehender Betrachtung vollkommen im Einklang, und für denjenigen, der nicht mit dem Saitengalvanometer vertraut ist, ist es überraschend zu sehen, wie auch bei einer relativ viel stärkeren Saitenspannung, also bei einer bedeutenden Verringerung der Empfindlichkeit für

---

Stand gesetzt würde, sie willkürlich bald in einer Luftleere, bald bei erhöhtem Luftdrucke ausschlagen zu lassen.

konstanten Strom, die Empfindlichkeit für eine schnell hindurchgeleitete kleine Elektrizitätsmenge nahezu unverändert bleibt.

Und die praktische Anwendung liegt auf der Hand. Jedesmal wenn man schnelle Schwankungen der elektrischen Spannung anzeigen muß, ohne daß man dabei behindert werden darf durch den Einfluß langsam sich entwickelnder Änderungen der Stromstärke — eine Forderung, die bei elektro-physiologischen Untersuchungen wiederholt auftritt —, muß die Saite relativ stark gespannt werden.

Die oben beschriebene Empfindlichkeit für eine kleine, schnell durchgeleitete Elektrizitätsmenge macht mehr noch als die Empfindlichkeit für konstanten Strom das Saitengalvanometer geeignet für die Untersuchung einer Anzahl von Erscheinungen, die man mittels eines Elektrometers zu beobachten gewohnt ist.

Verbindet man das eine Ende der Saite mit der Erde, das andere mit einem isolierten, leitenden Gegenstand, z. B. einem Rheostat, so wird ein geriebener Hartgummistab, der in die Nähe des Rheostats gebracht wird, durch Influenz wirksam sein und das Saitenbild leicht von der Skala weg-schlagen.

Eine einzige sich nähernde oder eine einzige sich entfernende Bewegung des Stabes hat der Natur der Sache nach immer eine doppelte Saitenbewegung zur Folge, weil die Saite jedesmal, wenn man mit der Bewegung des Stabes aufhört, sofort wieder auf ihren Nullpunkt zurückgeführt wird. Steht man auf einige Meter Entfernung vom Rheostat, so wird das Reiben des Hartgummistabes mit einem seidenen Tuche noch immer Ausschläge des Galvanometers veranlassen, und zwar wird bei jeder einzelnen Handbewegung eine doppelte Saitenbewegung sichtbar.

Als ich den Hartgummistab und das seidene Tuch weggelegt hatte und mich nur mit der leeren Hand dem Rheostat näherte, konnte noch ein kleiner Ausschlag von einigen Millimetern beobachtet werden. Bei der schnellen Annäherung der Hand zeigte die Saite eine kurz währende Abweichung in einer Richtung, bei der schnellen Entfernung der Hand eine

entsprechende Abweichung in der anderen Richtung. Sogar die Bewegung der Finger um eine der Kurbeln des Rheostats führte die Saite von ihrer Stelle weg. Hierbei muß nachdrücklich betont werden, daß der Rheostat nicht mit der Hand berührt wurde, so daß eine gewöhnliche Leitung vom menschlichen Körper durch das Galvanometer nach der Erde hin ausgeschlossen war.

Ich konnte die Erscheinung nicht unmittelbar erklären. Der erste Gedanke war, daß der menschliche Körper oder wenigstens die Hand bis auf ein gewisses Potential geladen war und ebenso wie der Hartgummistab durch Influenz die Elektrizität durch den Rheostat und das Galvanometer trieb. Das Potential einer der Hände einer nicht isolierten Person ist jedoch zu klein, um die Saitenbewegung zu erklären. Auch zeigte sich, daß die Kleidung, wie z. B. ein wollener Ärmel, nicht in Betracht kam. Wurde eine runde metallene Scheibe, die durch einen Leitungsdraht mit der Erde verbunden war und also erachtet werden dürfte, dasselbe Potential wie die Saite und der Rheostat zu besitzen, plötzlich letzterem genähert oder von ihm entfernt, so zeigten sich dieselben Ausschläge wie bei der Bewegung der menschlichen Hand.

Auch wurden diese Ausschläge nur wenig verändert, wenn die metallene Scheibe bewegt wurde, nachdem sie erst mittels eines Akkumulators das eine Mal zum Potential  $+2$ , das andere Mal zum Potential  $-2$  geladen war.

Der Gedanke, daß die fremdartige Erscheinung den Luftströmungen zugeschrieben werden müßte, welche durch Reibung Elektrizität entwickelten, mußte sofort verworfen werden, als mittels eines Blasebalgs ein kräftiger Luftstrom auf den Rheostat gerichtet wurde, ohne daß die Saite eine Spur von Bewegung zeigte. Aber schließlich stellte sich heraus, daß die Erscheinung ganz einfach erklärt werden muß. Die Hartgummiplatte des Rheostats hat eine gewisse Ladung und die elektrischen Kraftlinien biegen sich vom Hartgummi nach den metallenen Teilen des Rheostats um. Sobald nun ein Leiter in die Nähe gebracht wird, verschieben sich diese Kraftlinien, wodurch eine Elektrizitätsbewegung des Metalles des Rheostats durch das Galvanometer nach der Erde hin hervorgerufen werden muß.

Daß diese Erklärung die richtige ist, konnte leicht demonstriert werden, indem das Hartgummi des Rheostats gerieben und also zu höherem Potential geladen wurde. Hatte letzteres stattgefunden, so wurden die oben beschriebenen Ausschläge viele Male vergrößert.

Ein hübscher Beweis dafür, daß das Saitengalvanometer als empfindliches und zugleich schnell anweisendes Instrument praktisch gut brauchbar ist, wird durch die Leichtigkeit und Reinheit geliefert, womit es einen Schall zu registrieren imstande ist. Verbindet man ein Siemenssches Telephon mit dem Galvanometer, so werden die Schallwellen, welche die Sprechplatte des Telephons erreichen, Induktionsströme durch die Saite schicken, wodurch diese letztere in Bewegung versetzt wird.

Sobald man einen Ton von willkürlicher Höhe mit konstanter Intensität gegen das Telephon klingen läßt, so scheint das Saitenbild sich auf eigentümliche Weise zu verbreitern. Im hellen, weißen Gesichtsfelde wird das schmale, schwarze Saitenbild zu einem verschiedene Zentimeter breiten Bande ausgedehnt, das eine weißgraue Färbung hat und sich desto schwächer im Gesichtsfelde hervorhebt, je nachdem es breiter ist. Die Mitte des grauen Bandes stimmt immer mit der Stelle des Bildes des ruhenden Quarzfadens überein, während von den Rändern bemerkt werden muß, daß sie sich etwas dunkler abzeichnen als der übrige Teil des Bandes.

Dieses ganze Aussehen wird vollkommen erklärt durch den Umstand, daß die Saite regelmäßige, schnelle Schwingungen macht, die denselben Rhythmus wie die das Telephon erreichenden Schallschwingungen haben.

Auf eine Eigentümlichkeit muß noch hingewiesen werden. Wird ein Laut, z. B. der Vokal *A* oder *O* gegen die Sprechplatte des Telephons gesungen, so sieht man das graue Band in Abteilungen eingeteilt. Symmetrisch im Verhältnis zur Mitte des Bildes sind innerhalb der wirklichen Ränder gleichsam sekundäre und tertiäre Ränder sichtbar, die wohl nicht anders erklärt werden können, als durch die Annahme, daß die Saitenbewegung den Laut in den Grundton und die Obertöne zerlegt und aus einer Anzahl von Schwingungen ver-

schiedener Frequenz und Amplitude zusammengesetzt ist. Wir hoffen diese Erscheinung bald mittels der Photographie näher zu studieren. Verändert man die Intensität des Schalles, so ändert sich auch sofort die Breite des grauen Bandes. Und im selben Augenblick, wo der Schall aufhört, sieht man das schmale, schwarze Saitenbild wieder vollkommen unbeweglich im hellen Gesichtsfelde stehen.

Wird das Telephon durch ein Mikrophon mit einem zweckentsprechenden Induktorium ersetzt, so werden dieselben Erscheinungen beobachtet, außer daß bei dieser Verbindung die Vorrichtung viel empfindlicher geworden ist. Schwache Schalle erzeugen jetzt schon bedeutende Verbreiterungen, und es ist überraschend, zu sehen, wie beim leisen Sprechen auf mehrere Meter Entfernung vom Mikrophon das Saitenbild auf jedes gesprochene Wort oder besser auf jede ausgesprochene Silbe kräftig reagiert, während es immer sofort den Ruhestand einnimmt, sobald der Laut nur einen Augenblick aufhört.

Schwache Schalle, wie z. B. die Herztöne eines Kaninchens, werden auf vorzügliche Weise durch das Galvanometer reproduziert.

Außer bei dem Studium der menschlichen Stimme und der Herztöne wird das Saitengalvanometer in der Physiologie mit Erfolg auf einem ausgebreiteten Untersuchungsgebiete angewendet werden können. Wir teilten schon einige Ergebnisse der Untersuchung über das menschliche Elektrokardiogramm<sup>1)</sup> mit. Weiter ist jetzt eine Untersuchung über Nervenströme in Bearbeitung, wovon hier vorläufig erwähnt werden kann, daß man den Aktionsstrom eines Nerven als Folge eines einfachen Reizes deutlich sichtbar machen und scharf registrieren kann. Soweit mir bekannt ist, sind Aktionsströme eines Froschischiadikus, welche durch die Reizung bei Öffnung und Schließung eines auf- und eines absteigenden konstanten Stromes erzeugt werden, nie beobachtet worden. Das Saitengalvanometer zeigt dieselben an mit allen Einzelheiten, wie sie nach dem Pflügerschen Zuckungsgesetze erwartet werden müssen und deren

---

1) W. Einthoven, Pflügers Archiv für die gesamte Physiol. 99. p. 472. 1908.

Vorhandensein man bis jetzt nur aus den beobachteten Muskelzuckungen vermuten konnte. Auch sieht man die Superposition der elektrotonischen Erscheinungen auf diejenigen des Aktionsstromes, was keine Schwierigkeit bei der Erklärung der erhaltenen Kurven darzubieten braucht. Die Annahme scheint mir nicht zu gewagt, daß vielleicht neue Gesichtspunkte eröffnet werden können über die Art und Weise, auf welche ein Nerv auf verschiedene Reize zu reagieren imstande ist.

(Eingegangen 28. März 1904.)

ro.

el-  
er-  
lea  
ng  
me  
ts-  
auf  
m-





**15. Die gesetzmäßige Abhängigkeit  
der photometrischen Gesamthelligkeit von der  
Temperatur leuchtender Körper;  
von Ewald Rasch.**

**I. Das photogenetisch-physiologische Grundgesetz.**

Das Gesetz, das den Anstieg der photometrischen Gesamthelligkeit mit der Temperatur beherrscht, ist anscheinend noch nicht bekannt.<sup>1)</sup>

Lummer und Kurlbaum<sup>2)</sup> geben für glühendes Platin zwischen zwei Helligkeiten  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  und den bezüglichlichen Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  die empirische Beziehung

$$(I) \quad \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^x,$$

in welche für den — mit der Temperatur veränderlichen — Exponenten  $x$  die in Tabelle 1 wiedergegebenen Werte einzusetzen sind.

Tabelle 1.

Absolute Temperatur	900	1000	1100	1200	1400	1600	1900
Exponent $x$ . . . .	30	25	21	19	18	15	14

Auch W. Nernst<sup>3)</sup> hat neuerdings noch diese empirische Beziehung bei der photometrischen Bestimmung von Temperaturen in Anwendung gebracht und Pringsheim selbst hat an derselben Stelle vor einer übertriebenen Wertschätzung der von ihm und Lummer angegebenen Potenzregel gewarnt und betont, daß die Potenzwerte nur den ungefähren Verlauf des Anstieges der Helligkeit wiedergeben sollen. O. Lummer<sup>4)</sup>

1) O. Lummer und E. Pringsheim, *Physik. Zeitschr.* (5) **3**. p. 97 ff. 1901.

2) O. Lummer und F. Kurlbaum, *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.* **2**. p. 89 ff. 1900.

3) W. Nernst, *Physik. Zeitschr.* (26b) **4**. p. 733. 1903.

4) O. Lummer, *Elektrotechn. Zeitschr.* **23**. Heft 35/36. Sonderabdruck p. 29.

bezeichnet es als wahrscheinlich, daß die Potenzwerte  $x$  sich mit beliebig steigender Temperatur einem Grenzwerte  $x = 12$  asymptotisch nähern; eine Annahme, die — wie später ersichtlich wird — nicht zutreffen dürfte.

Ich habe bereits vor einiger Zeit den Versuch gemacht, das Gesetz für die Abhängigkeit der photometrischen Helligkeit an technischer Stelle<sup>1)</sup> zu entwickeln, da dieses von großer Bedeutsamkeit für die Praxis der Lichterzeugung ist.

Wie ich dort hinwies, besitzt die photopsychische bez. photo-genetische Grundgleichung überraschenderweise den gleichen Bau, wie die van't Hoffsche Gleichung der Reaktionsisochore. Diese Analogie legt den Gedanken nahe, daß die physiologische Lichtempfindung in der Tat nach Boll und Kühne (1876) auf elektrochemische Prozesse (Rhodopsinbleichung oder dergleichen) im physiologischen Rezeptor (Retina) in letzter Instanz zurückzuführen wäre.

Die Differentialgleichung für die Abhängigkeit der physiologischen Lichtempfindung ( $\Phi$ ) von der absoluten Temperatur ( $T$ ) des strahlenden Körpers lautet nämlich

$$(II) \quad \frac{d\Phi}{\Phi} = x \frac{dT}{T^2},$$

während die van't Hoffsche Gleichung durch

$$\frac{dD}{D} = \frac{\mu}{R} \frac{1}{T^2} dT \quad \text{oder} \quad \frac{dK}{K} = - \frac{q}{R} \frac{1}{T^2} dT$$

gegeben ist. ( $K$  Gleichgewichtskonstante,  $D$  Dissoziationskonstante,  $R$  Gaskonstante,  $\mu$  Dissoziationswärme,  $q$  Wärmetönung.)

Durch Integration der Gleichung (II) erhält man

$$\int \frac{d\Phi}{\Phi} = x \int \frac{dT}{T^2}, \quad \ln \Phi = C - \frac{x}{T}.$$

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten ist es erforderlich, die Maßeinheiten für  $\Phi$  festzulegen.

Man könnte hierbei etwa derart vorgehen, daß man den unteren Schwellwert, d. h. die kleinste vom normal empfindlichen Auge noch wahrnehmbare Lichtmenge, als photometrische Einheit wählt. Wenngleich diese Methode den Vorzug eines

1) E. Rasch, Fortschrittliche Prinzipien der Lichttechnik. Zeitschr. f. Elektrotechnik u. Maschinenbau Heft 4—12. 1903. Sonderabdruck.

absoluten physiologischen Maßstabes des Lichtes zu bieten scheint, so ist andererseits hiervon aus praktischen Gründen doch wohl abzusehen, da der Beginn der Lichtempfindung und somit auch die zugehörige Temperatur schwer festzustellen<sup>1)</sup> ist. (Draper, Emden, H. F. Weber, F. Stenger und Lummer.)

Hierzu kommt, daß die untere Reizschwelle der Lichtempfindung von Individuum zu Individuum beträchtliche Unterschiede aufweist.

A. König<sup>2)</sup> gibt beispielsweise für verschiedene Beobachter folgende Werte für die untere Reizschwelle  $S$  ( $\lambda = 0,535 \mu$ ), in gleicher objektiver Helligkeit gemessen, an.

Tabelle 2.

Beobachter	Farbensystem	Untere Reizschwelle
A. König. . . . .	} Trichromatisch {	0,00024
Else Köttgen . . . .		0,00079
E. Brodhun (grünblind) .	} Dichromatisch {	0,00074
R. Ritter (rotblind) . .		0,00037

Aus diesen Zahlen geht überdies hervor, daß die Beschaffenheit des Farbensystems auf die Größe der unteren Reizschwelle ohne Einfluß ist, denn Frl. Else Köttgen und A. König bilden Extreme, obwohl beide ein normales trichromatisches Farbensystem besitzen, während der „rotblinde“ Hr. R. Ritter ziemlich dieselbe Reizschwelle besitzt, wie A. König. Hinzu kommt noch die beträchtliche Unsicherheit der Einstellung auf Ebenmerklichkeit.

Praktisch leichter zu verwirklichen ist die Helligkeit, welche die Flächeneinheit einer gut definierten Oberfläche bei einer bestimmten Temperatur besitzt.

Prinzipiell ist es hierbei gleichgültig, ob man einen blanken oder den „schwarzen Körper“ im Kirchhoffschen Sinne wählt, obwohl der letztere aus theoretischen Gesichtspunkten heraus den Vorzug verdient.

1) H. F. Weber, Wied. Ann. 32. p. 256. 1887; F. Stenger, Wied. Ann. 32. p. 271. 1887; A. Pflüger, Ann. d. Phys. 9. p. 185 ff. 1902.

2) A. König, Beiträge zur Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane. Hamburg 1891.

Dem ersteren Falle entspricht die Viollesche<sup>1)</sup> Licht-einheit, d. i. die Lichtintensität, die erstarrendes Platin von 1 cm<sup>2</sup> strahlender Fläche emittiert.

Wählt man den zweiten Fall, so wird die Einheit  $\Phi_1$  diejenige Lichtintensität, welche der schwarze Körper von 1 mm<sup>2</sup> strahlender Oberfläche bei der zugehörigen absoluten Temperatur  $T = \vartheta$  ausstrahlt.

Hieraus erhält man die Integrationskonstante

$$C = + \frac{x}{\vartheta}.$$

Die integrierte Gleichung lautet mithin

$$\ln \frac{\Phi}{\Phi_1} = x \left( \frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{T} \right)$$

oder auch

$$(III) \quad \Phi = \Phi_1 e^{x \left( \frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{T} \right)},$$

wobei  $x$  ein den Anstieg der Helligkeit charakterisierender Faktor ist. Setzt man

$$\frac{x}{\vartheta} = \alpha,$$

so erhält man für das Grundgesetz der Lichtempfindung auch

$$(IV) \quad \Phi = \Phi_1 e^{\alpha \left( 1 - \frac{\vartheta}{T} \right)}.$$

Dieselbe Gleichung (III) muß man auch, soweit ich dies übersehen kann, aus der Interpolationsformel (Gleichung (I)) von Lummer und Kurlbaum folgern.

Aus der Lummerschen Formel

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^x$$

ergibt sich, wenn  $\Phi_2$  um den unendlich kleinen Betrag  $d\Phi$  zu  $\Phi_1$  benachbart ist,

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\Phi_1 + d\Phi}{\Phi_1} = \left( \frac{T_1 + dT}{T_1} \right)^x.$$

Da nun  $dT/T$  gegen 1 unendlich klein ist, so wird

$$\left( 1 + \frac{dT}{T} \right)^x = 1 + x \frac{dT}{T}$$

und

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = x \frac{dT}{T}.$$

1) J. Violle, Compt. rend. 98. p. 1032 ff. 1893.

Es müßte sonach  $x = \kappa/T$  sein, wenn die Differentialgleichung (II) erfüllt sein soll.

Trägt man nun die Werte für  $x$ , die Lummer und Kurlbaum mitgeteilt haben, in ein rechtwinkliges Koordinaten-

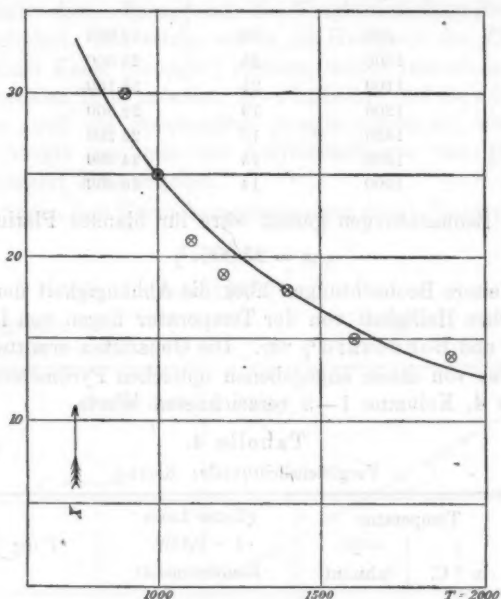


Fig. 1.

system als  $\varphi(T)$  ein, so erkennt man (Fig. 1), daß die  $xT$ -Kurve in der Tat eine gleichseitige Hyperbel darstellt, derart, daß  $xT = \text{Konstans}$ , wie es die Differentialgleichung

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \kappa \frac{dT}{T^2} = x \frac{dT}{T}$$

verlangt.

Daß in der Tat die Gleichung  $xT = \kappa = \text{Konstans}$ , soweit man aus den bisher vorliegenden Beobachtungen folgern darf, erfüllt zu sein scheint, ergibt Tabelle 3. Hieraus folgt — im Gegensatz zu Lummer — daß  $x$  bei sehr hohen Temperaturen Null wird und keineswegs einem konstanten Werte ( $x = 12$ ) zustrebt. Der Wert  $x = 12$  dürfte vielmehr bei  $T = 2080^\circ$  bereits erreicht sein.

Tabelle 3.

Absolute Temperatur $T$	Exponent $x$	$x = x T$
900	30	27 000
1000	25	25 000
1100	21	23 100
1200	19	22 800
1400	18	25 200
1600	15	24 000
1900	14	26 600

Diesen Beobachtungen gemäß wäre für blankes Platin

$$x = 25\,000.^1)$$

Weitere Beobachtungen über die Abhängigkeit der photometrischen Helligkeit von der Temperatur liegen von Le Chatelier und Boudouard<sup>2)</sup> vor. Die Genannten ermittelten mit Hilfe des von ihnen angegebenen optischen Pyrometers die in Tabelle 4, Kolumne 1—3 verzeichneten Werte.

Tabelle 4.

Vergleichslichtquelle: Kerze.

Temperatur		(Rotes Licht $\lambda \sim 0,659$ )	$^{\circ}T \log$
$t$ in $^{\circ}\text{C.}$	$T$ (absolut)	Lichtintensität	
600	873	$8 \cdot 10^{-5}$	- 3555
700	973	78	- 3060
800	1073	480	- 2504
900	1173	2 000	- 1990
1000	1273	7 600	- 1410
1100	1373	24 000	- 850
1200	1473	64 000	- 285
1300	1573	163 000	+ 334
1400	1673	385 000	+ 878
1500	1773	670 000	+ 1464
1600	1873	1 290 000	+ 2080

1) Rechnet man nach der Methode der kleinsten Quadrate derart, daß  $\Delta x^2$  ein Minimum wird, so ergibt sich  $x = 24\,920$ .

2) Le Chatelier und O. Boudouard, Mesure des températures élevées. Paris, Gauthier.

Allerdings bezieht sich hier die photometrische Intensität nicht auf das ganze sichtbare Spektrum, also nicht auf weißes Licht, sondern ist durch Farbgläser bis auf das Rotgebiet (etwa  $\lambda = 0,659 \mu$ ) abgeblendet, stellt also gewissermaßen nur eine Isochromate dar. Ferner ist die Vergleichslichtquelle nicht genau definiert. Als solche wurde die Helligkeit der Flächeneinheit einer Kerze („bougie“) benutzt, welche letztere in ihrem axialen hellsten Teile aufweist. Le Chatelier und Boudouard geben an, daß die Stearinkerze (bougie stearique), die Gasflamme (bougie gaz) und die Amylacetatlampe den gleichen Helligkeitswert Eins ergeben.

Sie finden ihre Versuchsergebnisse gut durch die empirische Formel

$$\Phi = 10^{6,7} T^{-\frac{8210}{T}}$$

wiedergegeben.

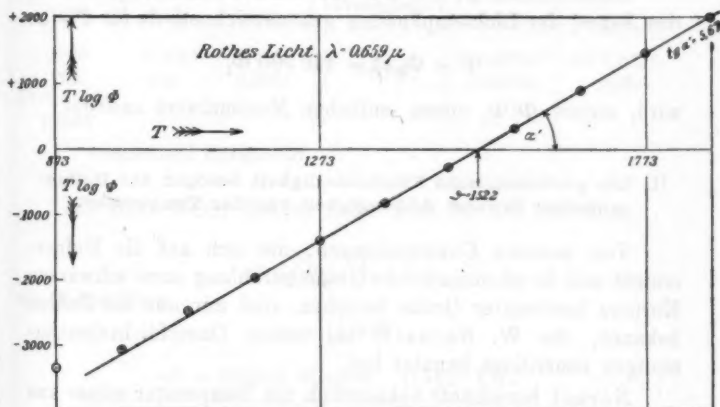


Fig. 2.

Trägt man die Hilfsvariable  $T \log \Phi$  (Tab. 4, Kolumne 4) als Funktion von  $T$  auf (Fig. 2), so erhält man aus der graphischen Darstellung

$$\ln \frac{\Phi}{\Phi_1} = 13,02 - \frac{19\,800}{T} = \alpha - \frac{C}{T} = x \left( \frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{T} \right).$$



Die Flächenhelligkeit  $\Phi$  wird also hiernach gleich Eins (für die von Le Chatelier benutzte Vergleichslichtquelle  $\Phi_1$ ) für

$$\vartheta = 1522.$$

Nach Gleichung (6) ist also

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{19\,800}{T^2} dT.$$

Der Wert  $C = 19\,800$  entspricht also der bisher mit  $\alpha$  bezeichneten, von der Temperatur der Vergleichslichtquelle noch abhängigen Konstanten und

$$\alpha = \frac{\pi}{\vartheta} = \frac{19\,800}{1522} = 13,02$$

ist eine von der Temperatur der Einheitslichtquelle — in erster Linie wenigstens — unabhängige Konstante.

Offensichtlich ist durch  $\alpha$  der *obere Schwellwert* (Blendung des Auges) der Lichtempfindung gekennzeichnet, da für  $T = \infty$

$$\Phi = \Phi_1 e^{\alpha} = 446\,700 \Phi_1$$

wird, mithin  $\Phi/\Phi_1$  einem endlichen Maximalwert zustrebt.

## II. Die photometrische Flächenhelligkeit bezogen auf Hefner-einheiten in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur.

Von neueren Untersuchungen, die sich auf die Hefner-einheit und die photometrische Gesamtstrahlung eines schwarzen Körpers bestimmter Größe beziehen, sind mir nur die Zahlen bekannt, die W. Nernst<sup>1)</sup> bei seinen Dampfdichtebestimmungen neuerdings benutzt hat.

Nernst berechnete bekanntlich die Temperatur seiner aus Iridium oder aus Leitern zweiter Klasse bestehenden Versuchsofen<sup>1)</sup> durch Bestimmung der Lichtemission nach der Lummer-Kurlbaumschen Potenzregel.

Bei dem Schmelzpunkte des Platins fand Nernst für die Gesamthelligkeit  $\Phi = 0,91$  Hefnerkerzen pro qmm. Für den Schmelzpunkt des Platins wollen wir — entgegen Nernst —

1) W. Nernst, l. c.

den von Holborn und Wien gegebenen Wert  $t = 1780^{\circ} \text{C.}$  beibehalten.

Direkt beobachtet sind ferner die vier ersten Werte der beistehenden Tab. 5 durch Lummer und Pringsheim. Der fünfte, von Nernst angegebene Wert ( $\Phi = 0,47 \text{ HK/mm}^2$  für  $t = 1690^{\circ} \text{C.}$ ) scheint extrapoliert zu sein.

Tabelle 5.

Flächenhelligkeit  $\Phi$  des schwarzen Körpers.

Temperatur $t$ in $^{\circ} \text{C.}$	Helligkeit $\Phi$ in HK pro $\text{mm}^2$		Beobachter	$\Delta \Phi$ Ber.—Beob.	$\Delta$ in Proz. des berechneten $\Phi$ -Wertes
	Beob.	Ber.			
1175	0,0042	0,0039 <sub>2</sub>	Lummer und Pringsheim	-0,0002 <sub>8</sub>	-0,7
1325	0,0220	0,222		+0,0002 <sub>0</sub>	+0,9
1485	0,0635	0,0653 <sub>4</sub>		+0,001 <sub>8</sub>	+2,7 <sub>0</sub>
1690	0,50	0,500 <sub>4</sub>		+0,000 <sub>4</sub>	+0,0 <sub>8</sub>
1690	(0,47)*	0,500 <sub>4</sub>	Nernst	(+0,0304)*	(+6,1)*
1780	0,91	0,909 <sub>7</sub>		-0,0003	-0,03 <sub>2</sub>
Pt-Schmelz- punkt					

\* Anscheinend extrapoliert.

Mit Hilfe dieser Zahlen findet man für die Gleichung

$$\Phi = \Phi_1 e^{\alpha \left(1 - \frac{\theta}{T}\right)}$$

die Konstanten

$$\alpha = 12,943,$$

$$\theta = 2068,4 \text{ absolut, } (1795^{\circ} \text{C.}).$$

Die Konstante  $\alpha$  weicht von dem aus den Daten von Le Chatelier und Boudouard berechneten Wert  $\alpha = 13,02$  nicht merklich ab (0,6 Proz.).

Die Temperatur ( $\theta$ ), bei der ein schwarzer Körper pro qmm strahlender Oberfläche die Helligkeit einer Hefnerkerze ausstrahlt, kann angesichts des Fehlens genauerer Beobachtungen daher vorderhand zu  $1795^{\circ} \text{C.}$  (2068 absolut) geschätzt werden.

Man erhält somit die Helligkeit in Hefnerkerzen pro qmm leuchtender Fläche

$$\Phi_{HK} = e^{12,949 \left(1 - \frac{2068,4}{T}\right)}.$$

Wie Tab. 5 (Kolumne 5 und 6) erkennen läßt, liegen die Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten  $\Phi$ -Werten innerhalb der Beobachtungsfehler. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung kann eine gute genannt werden.

### III. Der Schmelzpunkt des Iridiums.

W. Nernst<sup>1)</sup> hat in einem kleinen Ofen aus stromdurchflossenen Leitern zweiter Klasse<sup>2)</sup> Iridium eingeschmolzen. Er fand, daß bei dem Schmelzpunkte des letzteren 1 qmm leuchtender Fläche 12,1 Hefnerkerzen emittierte.

Nernst berechnet aus der Lummerschen Interpolationsformel (Gleichung (I)) den Schmelzpunkt des Iridiums zu  $t_s = 2203$  bez.  $2238^\circ \text{C.}$ <sup>3)</sup> unter der Annahme, daß bei diesem Temperaturintervall die Helligkeit mit der 14. bez. 13. Potenz ansteigt.

Der Nernstsche Wert für den Iridiumschmelzpunkt kann um etwa  $50\text{--}80^\circ \text{C.}$  zu niedrig sein. Andererseits erscheint der von Heräus ermittelte Wert ( $t_s = 2400$ ) zu hoch gegriffen.

Rechnet man überschläglich mit der aus den Zahlen von Le Chatelier und Boudouard gewonnenen Konstanten  $\alpha = 13,02$  und mit  $\vartheta = 2068^\circ$ , so ergibt sich

$$T_s = \frac{13,02 \cdot 2068}{13,02 - 2,493} = \frac{26850}{10,527} = 2558; \quad t = 2285^\circ \text{C.}$$

Lummer und Pringsheim extrapolieren für die Temperatur, bei der  $1 \text{ mm}^2$  eine Hefnerkerze ausstrahlt,

$$\vartheta = 1800 + 273 = 2073.$$

1) W. Nernst, l. c.

2) Elektrische Öfen dieser Art sind übrigens bereits im Jahre 1899 von dem Privatdozenten Hrn. Dr. F. Blau und mir insbesondere zur Ausführung pyrochemischer Reaktionen in Vorschlag gebracht worden. Vgl. Zeitschr. f. Elektrochem. 8. p. 162 ff. 1903; Ann. d. Phys. 11. p. 202 ff. 1903.

3) Für den Schmelzpunkt des Iridiums geben an: Violle  $1950^\circ \text{C.}$ , v. der Weyde  $2200^\circ \text{C.}$ , v. Pictet  $2500^\circ \text{C.}$

Nimmt man diesen etwas größeren Wert, sowie  $\alpha = 13,02$ , so wird

$$T = \frac{13,02 \cdot 2073}{13,02 - 2,493} = \frac{26\,990}{10,527} = 2560; \quad t = 2287^\circ \text{ C.}$$

Mit  $\vartheta = 2068,4$  und  $\alpha = 12,943$  berechnet sich

$$T = 2561,6; \quad t = 2289^\circ \text{ C.}$$

Vorderhand darf man also den Schmelzpunkt des Iridiums auf

$$\frac{2289 + 2285 + 2287}{3} = 2287^\circ \text{ C.}$$

schätzen.

Potsdam, März 1904.

(Eingegangen 25. März 1904.)

**16. Bemerkung über die Demonstration  
von oszillatorischen Flaschenentladungen;  
von H. Schuh.**

Hr. Franz Wittmann<sup>1)</sup> beschreibt in seiner Abhandlung „Untersuchung und objektive Darstellung von Flaschenbatterie- und Induktionsströmen“ eine Versuchsanordnung mittels des Duddelschen Oszillographen, die eine schöne objektive Darstellung der oszillatorischen Kondensatorentladung ermöglicht.

In der Einleitung zu seiner Arbeit bemerkt Hr. Wittmann, daß man bei der Methode zur „Analyse oszillierender Flaschenentladungen“ mittelst der Braunschen Röhre“ nach Richarz und Ziegler<sup>2)</sup> „auf eine objektive Darstellung der Erscheinung verzichten muß“. Diese Bemerkung trifft nur insofern zu, als man die Schwingungskurven nicht projizieren kann. Man kann aber sehr wohl die Darstellung nach Richarz und Ziegler so intensiv gestalten, daß sie gedämpfte Sinuskurven liefert, die aus großer Entfernung unmittelbar gut sichtbar sind. Insbesondere gestatte ich mir auf einen im soeben erschienenen Januarheft der Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht enthaltenen kurzen Aufsatz von mir hinzuweisen: „Demonstration der Abhängigkeit oszillatorischer Kondensatorentladungen vom Widerstand“. Dort werden Änderungen der Richarz-Zieglerschen Versuchsanordnung beschrieben, die besonders günstige Resultate zur weithin sichtbaren Darstellung liefern. Schaltet man nämlich Kapazität (Leydener Flaschenbatterie) und Ablenkungsspule direkt an die Enden der Sekundärspule des Induktoriums, so daß man

1) F. Wittmann, Ann. d. Phys. 12. p. 373. 1903.

2) F. Richarz u. W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1900.

also einen funkenlosen Stromkreis verwendet, dann erhält man bedeutend größere Amplituden des Fluoreszenzfleckes bis zu 20 cm. In dieser Anordnung konnten die Kurven im rotierenden Spiegel schon mehrfach einem Auditorium von über 100 Zuhörern gut demonstriert werden. Natürlich muß die Braunsche Röhre einen hinreichend hell leuchtenden Fluoreszenzfleck geben, was nicht bei jeder Röhre der Fall ist.

Marburg i. H., Physik. Inst. d. Univ., im Januar 1904.

(Eingegangen 29. Januar 1904.)

### 17. Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd II; von Julius Tafel.

In einer ersten Abhandlung über den in der Überschrift genannten Gegenstand<sup>1)</sup> habe ich mitgeteilt, daß ein durch Verbrennen von Zink hergestelltes Zinkoxyd, welches unter der Wirkung von Kanalstrahlen ein eminent starkes Fluoreszenzlicht ausstrahlt, diese Eigenschaft *verliert*, wenn man es unter starkem Druck zerreibt. Ich habe daraus geschlossen, daß eine früher<sup>2)</sup> von G. C. Schmidt geäußerte Ansicht, nach welcher dieses Fluoreszenzvermögen einer in „fester Lösung“ vorhandenen Verunreinigung desselben zuzuschreiben wäre, nicht richtig sei.

G. C. Schmidt hat nun vor kurzem als „Antwort an Hrn. J. Tafel“ eine Mitteilung<sup>3)</sup> gemacht, welche bei nicht ganz gründlichem Lesen den Eindruck erwecken kann, als ob meine erste Publikation auf einer Täuschung beruhe.

Herr Schmidt setzt seinen Ausführungen den gesperrt gedruckten Satz voran, es habe sich bei seinen erneuten Untersuchungen ergeben, „daß diese Oxyde“ (Aluminiumoxyd und Zinkoxyd) „in absolut reinem Zustande nicht fluoreszieren, sondern nur, wenn sie ein anderes Oxyd in fester Lösung enthalten“.

Den Beweis für diesen Satz bleibt dann aber Hr. Schmidt für das Zinkoxyd schuldig. Er berichtet zwar, nachgewiesen zu haben, daß in dem von ihm verwendeten Zink etwas Kadmium enthalten gewesen sei, aber den einzigen in der Frage entscheidenden Versuch, ob das nach Hrn. Schmidts Ansicht kadmiumfreie Zink nun *ceteris paribus* ein Zinkoxyd liefere, welches *nicht* mehr die von mir hervorgehobenen Eigenschaften zeigt, hat Hr. Schmidt entweder nicht ausgeführt, oder aber er hat sein Resultat nicht in seine Antwort aufgenommen.

1) J. Tafel, Ann. d. Phys. 11. p. 613. 1903.

2) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 9. p. 707. 1902.

3) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 13. p. 622. 1904.

Daß Hr. Schmidt, wie er ausführlich beschreibt, aus besonders gereinigtem Zinksalz durch Auflösen, Fällern und Glühen ein nicht fluoreszierendes Zinkoxyd erhielt, ist für die in Rede stehende Frage ziemlich belanglos, weil ich Ähnliches beobachtet habe (l. c.), wenn ich das nach Schmidts Ansicht unreine Zinkoxyd in Säuren löste und durch Fällern und Glühen daraus Zinkoxyd bereitete. Ich habe allerdings auch an *solchem* Oxyd noch ein ganz *geringes* Leuchtvermögen beobachtet<sup>1)</sup>, das sich bei langem Glühen verstärkte, und die Schmidtschen Angaben lassen es vielleicht plausibel erscheinen, daß dieser Rest an Leuchtvermögen<sup>1)</sup> durch Spuren von Verunreinigungen hervorgerufen wurde, weil sie ja beweisen, daß man nichtleuchtendem Zinkoxyd durch gewisse Beimengungen ein Leuchtvermögen erteilen kann.

Daß aber damit die eingangs erwähnte, den Hauptinhalt meiner Abhandlung bildende, glänzende Lichterscheinung an zweckmäßig präpariertem Zinkoxyd nicht ohne weiteres erklärt werden kann, erhellt für Dritte am besten daraus, daß sie durch einfache Druckwirkung aufgehoben wird. G. C. Schmidt geht über diese Beobachtung mit der Bemerkung hinweg, daß die Frage, ob die unter den Kanalstrahlen entstehende braune Substanz identisch sei mit der durch Druck erhaltenen, noch der Erledigung harre.

Unter solchen Umständen halte ich es für aussichtslos, tiefer auf die von G. C. Schmidt geäußerten Ansichten einzugehen. Ohne eine weitere Häufung von Hypothesen wird Hr. Schmidt die Erscheinungen am Zinkoxyd *nicht* durch Verunreinigungen erklären können und es wird ihm, weder mir noch Dritten gegenüber gelingen, auf anderem Wege als durch weitere mühevollen Experimentaluntersuchungen die Anwendbarkeit seiner Hypothesen auf diesen Fall zu erweisen. Bis also *sachlich* neues Material eine Änderung verlangt, bleibt die Angelegenheit für mich erledigt.

Würzburg, Chemisches Institut, März 1904.

1) Der Entscheidung zwischen Nichtleuchten und sehr schwachem Leuchten wird übrigens ohne besondere Hilfsmittel notwendig viel Subjektives anhaften.

(Eingegangen 26. März 1904.)



18. *Antikritisches zu Hrn. W. Wiens*  
*„Differentialgleichungen der Elektrodynamik*  
*für bewegte Körper“;*  
*von Emil Cohn.*

W. Wien bespricht in der Einleitung zu dem oben genannten Aufsatz<sup>1)</sup> kritisch die Gleichungen, welche ich als Ausdruck unserer Erfahrungen über die Elektrodynamik bewegter Körper hingestellt habe. Er leitet aus ihnen Folgerungen ab für das Feld eines stationär bewegten geladenen Körpers, und für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der von einer bewegten Quelle ausgesandten Lichtwellen. In diesen Folgerungen erblickt Wien *Schwierigkeiten* für meine Theorie.

Ich stehe meinerseits nicht an, jedes Gleichungssystem für *unannehmbar* zu erklären, das zu diesen Konsequenzen führt. Meine Theorie aber kommt hier nicht in Frage. Nach dieser gelten die von Wien benützten Gleichungen für den Fall, daß das *ganze Medium* eine *gemeinsame* Translationsgeschwindigkeit  $v$  besitzt. Wien verwendet sie für ein *ruhes Medium*, in dem sich *ein einzelner Körper* mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt.

Straßburg i. Els., 25. März 1904.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 13. p. 641. 1904.

(Eingegangen 27. März 1904.)

e-  
ls  
e-  
e-  
en  
on  
en  
e.  
ir  
t.  
er  
B  
3-  
e,  
e  
ux  
H  
H  
ed  
w  
ed  
e  
A  
L  
L

Daß diese Erklärung die richtige ist, konnte leicht demonstriert werden, indem das Hartgummi des Rheostats gerieben und also zu höherem Potential geladen wurde. Hatte letzteres stattgefunden, so wurden die oben beschriebenen Ausschläge viele Male vergrößert.

Ein hübscher Beweis dafür, daß das Saitengalvanometer als empfindliches und zugleich schnell anweisendes Instrument praktisch gut brauchbar ist, wird durch die Leichtigkeit und Reinheit geliefert, womit es einen Schall zu registrieren in der Lage ist. Verbindet man ein Siemenssches Telephon mit dem Galvanometer, so werden die Schallwellen, welche die Sprechplatte des Telephons erreichen, Induktionsströme durch die Saite schicken, wodurch diese letztere in Bewegung versetzt wird.

Sobald man einen Ton von willkürlicher Höhe mit konstanter Intensität gegen das Telephon klingen läßt, so scheint das Saitenbild sich auf eigentümliche Weise zu verbreitern. Im hellen, weißen Gesichtsfelde wird das schmale, schwarz-saitenbild zu einem verschiedenen Zentimeter breiten Bande ausgedehnt, das eine weißgraue Färbung hat und sich desto schwächer im Gesichtsfelde hervorhebt, je nachdem es breiter ist. Die Mitte des grauen Bandes stimmt immer mit der Stelle des Bildes des ruhenden Quarzfadens überein, während von den Rändern bemerkt werden muß, daß sie sich etwas dunkler abzeichnen als der übrige Teil des Bandes.

Dieses ganze Aussehen wird vollkommen erklärt durch den Umstand, daß die Saite regelmäßige, schnelle Schwingungen macht, die denselben Rhythmus wie die das Telephon erreichenden Schallschwingungen haben.

Auf eine Eigentümlichkeit muß noch hingewiesen werden. Wird ein Laut, z. B. der Vokal *A* oder *O* gegen die Sprechplatte des Telephons gesungen, so sieht man das graue Band in Abteilungen eingeteilt. Symmetrisch im Verhältnis zur Mitte des Bildes sind innerhalb der wirklichen Ränder gleichsam sekundäre und tertiäre Ränder sichtbar, die wohl nicht anders erklärt werden können, als durch die Annahme, daß die Saitenbewegung den Laut in den Grundton und die Obertöne zerlegt und aus einer Anzahl von Schwingungen ver-

schiedener Frequenz und Amplitude zusammengesetzt ist. Wir hoffen diese Erscheinung bald mittels der Photographie näher zu studieren. Verändert man die Intensität des Schalles, so ändert sich auch sofort die Breite des grauen Bandes. Und im selben Augenblick, wo der Schall aufhört, sieht man das schmale, schwarze Saitenbild wieder vollkommen unbeweglich im hellen Gesichtsfelde stehen.

Wird das Telephon durch ein Mikrophon mit einem zweckentsprechenden Induktorium ersetzt, so werden dieselben Erscheinungen beobachtet, außer daß bei dieser Verbindung die Vorrichtung viel empfindlicher geworden ist. Schwache Schalle erzeugen jetzt schon bedeutende Verbreiterungen, und es ist überraschend, zu sehen, wie beim leisen Sprechen auf mehrere Meter Entfernung vom Mikrophon das Saitenbild auf jedes gesprochene Wort oder besser auf jede ausgesprochene Silbe kräftig reagiert, während es immer sofort den Ruhestand einnimmt, sobald der Laut nur einen Augenblick aufhört.

Schwache Schalle, wie z. B. die Herztöne eines Kaninchens, werden auf vorzügliche Weise durch das Galvanometer reproduziert.

Außer bei dem Studium der menschlichen Stimme und der Herztöne wird das Saitengalvanometer in der Physiologie mit Erfolg auf einem ausgebreiteten Untersuchungsgebiete angewendet werden können. Wir teilten schon einige Ergebnisse der Untersuchung über das menschliche Elektrokardiogramm<sup>1)</sup> mit. Weiter ist jetzt eine Untersuchung über Nervenströme in Bearbeitung, wovon hier vorläufig erwähnt werden kann, daß man den Aktionsstrom eines Nerven als Folge eines einfachen Reizes deutlich sichtbar machen und scharf registrieren kann. Soweit mir bekannt ist, sind Aktionsströme eines Froschischiadikus, welche durch die Reizung bei Öffnung und Schließung eines auf- und eines absteigenden konstanten Stromes erzeugt werden, nie beobachtet worden. Das Saitengalvanometer zeigt dieselben an mit allen Einzelheiten, wie sie nach dem Pflügerschen Zuckungsgesetze erwartet werden müssen und deren

1) W. Einthoven, Pflügers Archiv für die gesamte Physiol. 99. p. 472. 1903.

Vorhandensein man bis jetzt nur aus den beobachteten Muskelzuckungen vermuten konnte. Auch sieht man die Superposition der elektrotonischen Erscheinungen auf diejenigen des Aktionsstromes, was keine Schwierigkeit bei der Erklärung der erhaltenen Kurven darzubieten braucht. Die Annahme scheint mir nicht zu gewagt, daß vielleicht neue Gesichtspunkte eröffnet werden können über die Art und Weise, auf welche ein Nerv auf verschiedene Reize zu reagieren imstande ist.

(Eingegangen 28. März 1904.)

